

ورود ارقام هندی به زبان‌های عربی، یونانی و لاتینی^۱

چارلز برنت^۲

ترجمه فاطمه سادات سعادت‌مند^۳

موضوع این مقاله بررسی تأثیر انتقال ارقام هندی بر ذهنیت دانشمندان غربی است. این‌که آن‌ها با این اشکال عجیب چه چیزی ساختند که چنین تأثیر مشخصی در علم حساب داشته است؟ دانشمندان غربی پیش از این انتقال هرگز با چنین علامت‌گذاری نمادینی مواجه نشده بودند. برای دانشمندان یونانی، اعداد با حروف آشنای الفبا بیان می‌شد که به صورت ترکیبی از یکان‌ها، دهگان‌ها و صدگان‌ها کم و بیش در ترتیب الفبایی به کار می‌رفت. برای دانشمندان لاتینی، اعداد نوشتاری، تقلیدی از ترتیب مهره‌های چرتکه بود. در یک چرتکه می‌توان به سادگی نمادهای قراردادی برای دهگان، صدگان و هزارگان را با یکدیگر جمع زد و در صورت نیاز مقادیر یک یا پنج‌تایی را به آن‌ها اضافه نمود. علامت‌گذاری‌های نمادین دیگری که ظاهرشان نشان‌دهنده معنایشان بود مانند نئوم^۴ در موسیقی و برخی اختصارات نگارشی نیز به تدریج توسعه یافت و نمایش تصویری مفاهیم مورد نظر بود. ارقام نه‌گانه هندی نمادهایی کاملاً جدید بود و پذیرش و کاربرد آن‌ها در دسرهای فراوانی به همراه داشت.

خوب است خلاصه‌ای از تاریخ انتقال این ارقام بیان شود.^۵ هندی‌ها مجموعه‌ای از نمادهای نه‌گانه را ابداع کردند تا با کمک آن بتوانند همه اعداد را نشان دهند، و بعدتر نمادی برای صفر به

۱. این مقاله ترجمه‌ای است از:

The Semantics of Indian Numerals in Arabic, Greek and Latin, *Journal of Indian Philosophy*, vol. 34, no. 1/2, Asian Contributions to the Formation of Modern Science (I) (April 2006), pp. 15-30.

۲. Charles Burnett استاد و پژوهشگر تاریخ تمدن عربی-اسلامی و تأثیر آن در اروپا، در مؤسسه واربرگ دانشگاه لندن. Charles.Burnett@sas.ac.uk

۳. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد تاریخ علم، پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران.

Saadatmand88@ut.ac.ir

۴. neum عنصر اصلی نگارش آواهای موسیقایی در غرب پیش از اختراع نحوه نگارش نت‌ها روی پنج خط.

۵. برای جزئیات بیشتر و به‌روزترین کتاب شناسی، به دو اثر زیر مراجعه کنید:

P. Kunitzsch, 'The Transmission of Hindu-Arabic Numerals Reconsidered', in *The Scientific Enterprise in Islam*, eds J. P. Hogendijk and A. I. Sabra, Cambridge, Mass., 2003, pp. 3-21.

C. Burnett, 'Indian Numerals in the Mediterranean Basin in the Twelfth Century, with Special Reference to the "Eastern Forms"', in *From China to Paris: 2000 Years Transmission of Mathematical Ideas*, eds Y. Dold-Samplonius et al., Stuttgart, 2002, pp. 237-288.

این مجموعه افزودند. این ارقام و کاربرد آن‌ها در حساب برای سِوروس سِبوخت (ساویرا سابوخت)^۱، حکیم سریانی، شناخته شده بود. او در سال ۶۶۲ میلادی (۴۱ق) درباره ارقام هندی چنین می‌نویسد: «هندی‌ها اکتشافات ماهرانه‌ای در علم نجوم داشتند که بسیار نبوغ‌آمیزتر از اکتشافات یونانی‌ها و بابلی‌ها بود و زبان از توصیف ظرافت روش محاسبه آن‌ها به کمک تنها نه نماد قاصر است».

نجوم و ریاضیات هندی توسط هیئتی اعزامی از هند به دربار منصور، خلیفه عباسی، به مسلمانان معرفی شد. این هیئت که در سال ۷۷۱ میلادی (۱۵۴ق) به بغداد آمد، مجموعه‌ای از جداول نجومی را به همراه داشت. این جداول نجومی یا جداول دیگری که برهماگوپتا^۲ تهیه کرده بود توسط محمد بن موسی خوارزمی ترجمه یا اصلاح شد. خوارزمی حدود سال ۸۲۵ میلادی (۲۰۹ق) در رساله کتاب الحساب الهندی و کتاب الجمع والتفریق را نوشت که متن عربی هیچ یک از این دو باقی‌مانده است اما موضوع آن‌ها قاعدتاً روش استفاده از ارقام هندی بوده است.^۳ قدیم‌ترین اثر به جامانده به عربی درباره حساب هندی، کتاب الفصول فی الحساب الهندی نوشته ابوالحسن احمد بن ابراهیم اقلیدسی است که در ۳۴۱ق در دمشق نوشته شده و در نسخه منحصراً به فردی که دو قرن پس از آن و در ۱۱۸۶ میلادی (۵۸۱ق) استنساخ شده باقی مانده است. در نخستین متون عربی به ندرت اثری از کاربرد ارقام هندی وجود دارد. در سندی قانونی که در فیوم^۴ مصر بر روی پاپیروس نوشته شده است ظاهراً ارقامی عربی وجود دارد که به عنوان معادل هجری تاریخ سال ۸۷۳ یا ۸۷۴ میلادی به کار رفته است (البته در این مورد اختلاف نظر وجود دارد). تمام نمونه‌های دیگری که از استفاده ارقام هندی در دست ماست به پس از قرن یازدهم میلادی (پنجم ه) تعلق دارد، اما می‌دانیم که پیش از قرن دوازدهم میلادی (ششم ه) نگارش ارقام هندوعربی در دو بخش غربی و شرقی ممالک اسلامی متفاوت بوده است. ابن یاسمین، ریاضیدان مراکشی (حدود ۶۰۱ق) درباره این تفاوت توضیحاتی داده است (شکل ۱). اما کهن‌ترین نسخه خطی عربی که شکل غربی ارقام هندی در آن آمده مربوط به سال ۱۲۸۴ میلادی (۶۸۲ق) است. البته اولین نمونه‌های استفاده از ارقام هندوعربی در نسخه‌های لاتینی در غرب هند پیدا شده‌اند. از این نظر شواهد لاتینی، از بسیاری جهات، مهم‌تر از شواهد عربی هستند.

1. Severus Sebokht

2. Brahmagupta

۳. ترجمه لاتینی کتاب الجمع والتفریق خوارزمی موجود و شناخته شده بود ولی ناقص و مغلوط بود. در سال ۱۹۹۷ منسو فولکرتس (مونیک) نسخه جدیدی از آن یافت که کامل و درست بود. او این ترجمه لاتینی را تصحیح و به همراه ترجمه آلمانی آن منتشر کرد و در پایان کتاب هم چکیده‌ای از محتوای اثر به انگلیسی افزود. ترجمه فارسی جمیل بصام از این چکیده به همراه اطلاعات دیگر در نشریه تاریخ علم، سال ۱۳۸۹ شماره پنجم ص ۱۳۲ منتشر شده است.

4. Fayyum

التي وضعت للعدد تسعة اشكال يتكرب عليها جميع العدد
 وهي التي لثما اشكال الغبار وهي هذه 3 2 1 3 2 6 8 7 6 5
 وقد تكون ايضا هكذا 3 2 1 3 2 6 8 7 6 5
 عندنا على الوضع الاول ولو اصطحت مع نفسك على تدبرها
 او عكسها الجواز ووجه العمل على حاله لا يتبدل وقد صنعها
 قوم من جواهر الارض مثل الحديد والنحاس من كل شي منها

شکل ۱: صورت‌های غربی و شرقی ارقام هندو عربی در رساله حساب^۱ ابن یاسمین؛ نسخه K222 کتابخانه عمومی رباط (برگ ۵)

این که دانشمندان لاتینی چگونه با این اعداد آشنا شدند روشن نیست. اعراب در ۷۱۱ میلادی (۹۲ ق) به اسپانیا تاختند و از آن پس سفرهای معمول مانند زیارت مکه بین بخش‌های شرقی و غربی جهان اسلام صورت می‌پذیرفت و تبادل کتاب و اطلاعات نیز میان این دو بخش در جریان بود. در نیمه اول قرن دهم میلادی (چهارم ه) سطح علمی دانشمندان اندلس، در قلمرو حکمرانی عبدالرحمان سوم و الحکم دوم، با همتایان شرقیشان برابری می‌کرد. اولین نمونه ارقام عربی در متنی لاتینی، به نسخه‌ای تعلق دارد که در سال ۹۷۶ میلادی (۳۶۵ ق) در صومعه البیضا در ریوخا^۲ (آستوریاس^۳) نوشته شده است. این نسخه کتابتی است از رساله ریشه‌شناسی^۴ نوشته ایزیدور سویلی^۵ که توسط راهبی به نام ویگیلا^۶ به انجام رسیده است. ویگیلا پس از بیان مطلب زیر، مجموعه‌ای از ارقام عربی را هم به مطالب ایزیدور درباره علم حساب اضافه کرده است: «باید دانست که هندی‌ها هوشمندی بسیار شگرفی دارند چنان که دیگر اقوام در حساب، هندسه و علوم انسانی^۷ به آنان رجوع می‌کنند و این نکته در آن اشکال نُه‌گانه هویدا است که ایشان را قادر می‌سازد تا بتوانند همه و هر درجه‌ای از مرتبه‌های اعداد را بنگارند. این اشکال از این قرار است» (شباهت این گفته به سخنان سخن سوریوس سبوخت قابل توجه است).

۱. قاعدتاً این اثر باید رساله تنقیح الافکار فی العلم برسوم الغبار ابن یاسمین باشد. - م

2. Albelda in the Rioja
 3. Asturias
 4. Etymologies
 5. Isidore of Seville
 6. Vigila
 7. Liberal Arts

این سخنان نشان می‌دهد و یگیلا می‌دانست ارقام هندو عربی چگونه به کار می‌روند. شاید و یگیلا از طریق مسیحیان با سواد اندلسی موسوم به مستعرب‌ها^۱ که به شمال اسپانیا مهاجرت کرده بودند با این اعداد آشنا شده باشد. ^۲ سه سال پیش از این، شخصی به نام ژربر اوریاک^۳ به کاتالونیا^۴ دعوت شد و سه سال زیر نظر هاتو^۵ اسقف اعظم ویش^۶ به تحصیل ریاضیات پرداخت. صد و پنجاه سال پس از این، گفته شد که ژربر «اولین کسی بود که چرتکه را از اعراب ربود». اما احتمالاً واقعیت آن است که ژربر قصد داشت از صورت غربی ارقام عربی، همان ارقام آمده در نسخه و یگیلا، استفاده کند تا با آن‌ها بتواند شمارشگرهای^۷ نوع خاصی از چرتکه را نشانه‌گذاری کند. همان چرتکه‌ای که در نسخه‌های پیش از پایان قرن دهم میلادی (چهارم ه) به وی منسوب شد و می‌توان آن را «چرتکه ژربری» نامید تا از چرتکه رومیان قدیم متمایز شود. ویژگی چرتکه ژربری این بود که برای هر یک از ارقام ^۸ نه گانه شمارشگر متفاوتی داشت و عمل محاسبه، با جابه‌جا کردن پیاپی هر شمارشگر با شمارشگر دیگر انجام می‌شد.

در دو نسخه^۹ مربوط به این چرتکه این نکته ذکر شده است که ژربر «اعداد چرتکه و شکل‌های آن‌ها را به دنیای لاتین آورد». این نوع چرتکه برای تدریس حساب و نشان دادن توان‌های اعداد، دست‌کم تا نیمه‌های سده دوازدهم میلادی (ششم ه)، متداول بود. اما باید تأکید کرد که این چرتکه فقط در حلقه‌های فرهیختگان به کار می‌رفت و بازرگانان از آن استفاده نمی‌کردند. این روش پرزحمتی برای حساب کردن بود، اما این چرتکه دست‌کم به‌طور عینی نشان می‌داد که ارقام هندی در ساختار ارزش مکانی چگونه عمل می‌کنند.

در اوایل قرن دوازدهم میلادی موج جدیدی از علوم دوره اسلامی از طریق ترجمه‌هایی که در اسپانیا، ایتالیا و پایگاه‌های صلیبیون صورت می‌گرفت به اروپا رسید. یکی از آثار ترجمه شده، نسخه^{۱۰} تصحیح شده زیج هندی خوارزمی برای نصف النهار قرطبه^{۱۱} بود. متن عربی دیگر مورد استفاده، نسخه‌ای از اثر خوارزمی درباره حساب هندی بود. هیچ‌یک از این نسخه‌ها ترجمه^{۱۲} لفظ به لفظ اثر خوارزمی نیست، اما در سه نسخه از چهار نسخه^{۱۳} لاتینی صورت‌هایی از نام خوارزمی در عنوان یا مقدمه به جای مانده است:

Dixit Algorizmi (arismethica Alchoarismi)
Liber alchoarismi de practica arismetice
Liber ysagogarum alchorismi
Liber pulveris

1. Mozarabs
 2. Gerbert d'Aurillac
 3. Catalonia
 4. Hatto
 5. Vich

۶. منظور اشیای ژتون (پولک) مانندی بود که روی هر کدام رقمی نوشته می‌شد. - م

7. Cordoba



چنان که می‌دانیم اصطلاح «الگوریتم» از صورت لاتینی اسم خوارزمی گرفته شده است. «الگوریسموس» به عنوان اصطلاحی که نشان دهنده این نوع حساب هندی است اولین بار در سده دوازدهم میلادی (ششم ه) جایگزین اصطلاح کم کاربرد «حساب ساراسینی»^۱ شد. الگوریسم (= الگوریتم)، روشی که در آن محاسبات به راحتی به وسیله پوست یا کاغذ و قلم انجام می‌گرفت و صفر از ملزومات آن بود، به سرعت جایگزین چرتکه شد.

در اواخر قرن دوازدهم میلادی (ششم ه) روش الگوریسم رواج کامل یافته بود. این زمانی بود که لئوناردوی پیزیایی^۲ مشهور به فیبوناچی^۳ پا به صحنه گذاشت. او اولین نسخه از کتاب مشهور خود لیبر آباکی^۴ را در ۱۲۰۲ میلادی نگاشت و در ۱۲۲۸ ویرایش دومی از آن فراهم آورد که همان نسخه‌ای است که از طریق ویرایش قرن نوزدهمی بارون بالداسار بونکمپینی^۵ به دست ما رسیده است. فیبوناچی، هم روش محاسبه با «کمان‌های فیثاغورس»^۶ (که به چرتکه ژربری برمی‌گردد) و هم روش محاسبه «الگوریسم» را به نقد کشید و مدعی شد که می‌توان این دورا با «روش واقعی هندیان» جایگزین کرد؛ اما به سختی می‌توان تمایز روش شناسانه‌ای بین الگوریسم قرن دوازدهم میلادی و آن حساب هندی که فیبوناچی شرح داده است قابل شد. ^۷ مدّت کوتاهی پس از انتشار ویرایش دوم کتاب حساب فیبوناچی، آثار مشهورتری به نام‌های *the Carmen de algorismo* از الکساندر ویلادئی^۸ و *Algorismus vulgaris* از ژان ساکروبووسکویی^۹ منتشر شد. این سه اثر پایه‌گذار مطالعه حساب با استفاده از ارقام هندی به عنوان بخشی از برنامه آموزشی رشته ریاضی در غرب شدند. در همان زمان، یعنی در سده دوازدهم میلادی، دانشمندان یونانی در بیزانس، جنوب ایتالیا و سیسیل نیز ارقام هندی را به کار می‌بردند، اما این ارقام در این مناطق مستقل از سنت لاتینی و از طریق شرق شناخته شده بودند. این دو سنت یونانی و لاتینی وقتی با هم تلاقی کردند که نویسنده یونانی ناشناسی در سال ۱۲۵۲ میلادی کتابی درباره حساب بر اساس لیبر آباکی فیبوناچی نوشت.

مشکلات حاصل از پذیرش اعداد ناآشنای هندی در قرن دوازدهم و اوایل قرن سیزدهم میلادی به معنای واقعی کلمه نمایان شد. اولین مشکل، زحمت زیاد معرفی نه نشانه کاملاً جدید بود. من از

۱. ساراسین صورت لاتینی ترکیب فارسی «صحرانشین» بود که در مورد عرب‌ها به کار می‌رفت. - م

۲. Leonard of Pisa

۳. Fibonacci

۴. Liber abbaci

۵. Baron Baldassare Boncompagni

۶. Arcus Pictagore

۷. به گمانم او می‌خواست این حس را القا کند که اثرش واقعاً نوآورانه است چون با وسواس خاصی از ذکر نام خوارزمی خودداری می‌ورزد.

(در فصل ۱۵ تنها نام کوچک خوارزمی را می‌آورد Maumeht که به Muhammad یا «محمد» اشاره دارد و به سختی قابل تشخیص

است) در حالی که مطمئناً برخی ترجمه‌های رساله‌های حساب قرن دوازدهم میلادی را که در طلیطله انجام شده بود می‌شناخت.

۸. Alexander de Villa Dei

۹. John of Sacrobosco

کنار توصیفات متعدد این نُه رقم به عنوان ارقام بربری در سده‌های میانه و همچنین ممنوعیت کاربرد آن‌ها به دلیل هراس از سردرگمی و کلاهبرداری می‌گذرم، ولی جالب است بگویم که یکی از استفاده‌های اولیه از ارقام هندی جدا از حساب به روش الگوریسم، کاربردی بود که سردفتری اهل پروجا^۱ (ایتالیا) در سال‌های ۱۱۸۴ تا ۱۲۰۶ میلادی برای آن‌ها پیدا کرده بود. او با این ارقام نوعی کد رمزی برای مشخص کردن شماره سطرهای اسناد قانونی ابداع کرده بود.

اگر به مواضعی که ریاضیدانان در قبال ارقام هندی اتخاذ کردند توجه کنیم، شاهد تفاوت‌هایی خواهیم بود:

۱- فقط برخی از دردرسازترین ارقام رومی مثل ۴ و ۹ با ارقام هندی جایگزین شدند. (پیش‌تر برای همین ارقام، شکل‌های مختصر دیگر و یا حتی جایگزینی آن‌ها با حروف ابتدایی اسمشان نیز امتحان شده بود.)

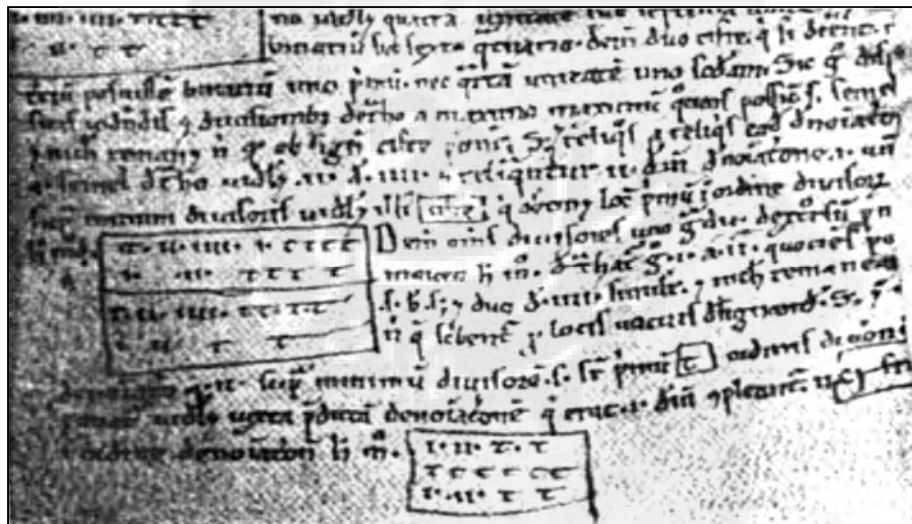
۲- ارقام هندی فقط برای اعداد بزرگ (دارای چهار رقم یا بیشتر) به کار می‌رفت. همین اتفاق را در متون عربی و یونانی مخصوصاً در متن‌های نجومی نیز می‌توان دید. نمونه‌هایی در هر سه زبان می‌توان یافت که اعداد کمتر از ۳۶۰ درجه (تعداد درجات محیط دایره) با نمادهای الفعددی [مثل ابجد] و اعداد بیشتر از ۳۶۰ با ارقام هندی بیان می‌شد.

۳- در لاتینی، نوعی سامانه نمادگذاری الفعددی برای مدت کوتاهی در ربع دوم سده دوازدهم به کار می‌رفت که ظاهراً منحصر بود به جمع کوچکی از ریاضیدانان و منجمانی که در انطاکیه^۲ و پیزا^۳ کار می‌کرد. این سامانه بر مبنای دستگاه عددی متداول در یونانی، عبری و عربی طراحی شده بود. نمادگذاری الفعددی، چنان‌که از روی آثار یونانی، یهودی و اسلامی می‌توان دریافت، برای ریاضیات پیچیده کاملاً مناسب بود و شگفت این که این نوع ارقام هیچ‌گاه در لاتینی مورد استقبال قرار نگرفت. نمونه‌های غربی برای جداول نجومی، مقادیر منقول در آثار کیهان‌شناختی و روش‌های طبقه‌بندی به کار رفته‌اند ولی هیچ‌گاه در خود علم حساب از آن‌ها استفاده نشده است. در اثری کیهان‌شناختی (زیچ مأمونی به شماره ۹۳۰ کامبره^۴) نمادگذاری الفعددی برای اعداد تا ۳۶۰ و ارقام هندی برای اعداد بزرگ‌تر از ۳۶۰ به کار رفته است، ضمن این که در این اثر خود ارقام هندی (شاید به اشتباه) به صورت حروف الفبای شبیه‌تر به آن‌ها نقل شده است.

1. Perugia
2. Antioch
3. Pisa
4. the *Liber Mamonis* in MS Cambrai 930

نخستین متون لاتینی کاملاً واضح است که این ارقام فاقد جایگاهی به عنوان نمادهای مکمل حروف الفبای یونانی هستند. در متونی هم که به چرتکه مربوط می‌شود به هیچ وجه اثری از نوشتن این ارقام ضمن دستورالعمل‌های لاتینی وجود ندارد (در آن‌ها فقط از اعداد رومی استفاده شده است). اما ارقام هندی را می‌توان بر روی شمارشگرهای چرتکه در تصاویر آموزشی دید، چنان که در این تصویر از نسخه‌ای انگلیسی متعلق به ربع دوم قرن دوازدهم میلادی می‌توان مشاهده می‌شود (شکل ۲).

به طور مشابه در نسخه‌ی وین از رساله‌ی القرانات ابومعشر بلخی عدد ۱۵۴ درون یک مربع قرار گرفته است و وقتی به نمادهایی برای صفر در متن نوشته‌ی اُکراتوس برمی‌خوریم آن‌ها نیز داخل مربع قرار داده شده‌اند تا از باقی متن جدا شوند (شکل ۳).



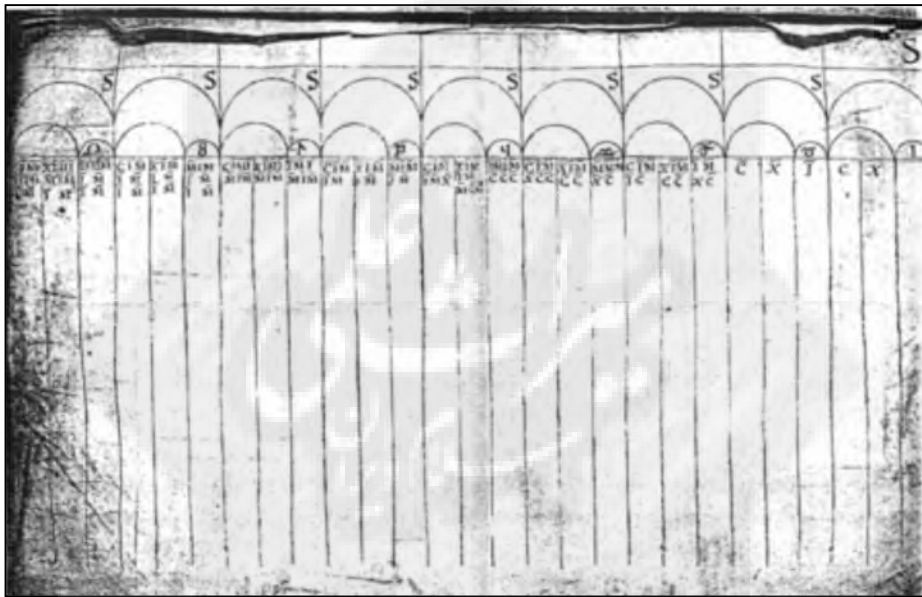
شکل ۳: محاسبه با استفاده از اولین نه رقم رومی دارای ارزش مکانی

کادرهای کشیده شده به دور صفر در رساله‌ی اُکراتوس با نام حساب عربی (*Helcep Sarracenicum*) مشخص است: نسخه‌ی Medieval MS در کتابخانه‌ی بولتون در شهرک کِشِل (ایرلند)، ص ۱۱۶.

اولین مشکل در فهم معنای ارقام هندی، پذیرش این مطلب بود که چگونه می‌توان فقط با یک نماد، دامنه‌ی بی‌نهایتی از اعداد را نشان داد. در ارقام رومی، اعداد ۱، ۱۰، ۱۰۰، ۱۰۰۰ و غیره را با نمادهای گوناگونی مثل x ، c و m نشان می‌دادند؛ نمادگذاری الفعددی [یونانی] هم مثل ρ ، α و غیره اگرچه خلاصه‌تر از ارقام رومی بود، از همان قواعد پیروی می‌کرد. در عبارتی از دست‌نوشته [کتابخانه‌ی البیضا^۱ (اسپانیا) به قابلیت ارقام هندی برای نمایش هر مرتبه‌ی دهدهی اشاره شده است:

1. Albelda

«آن ۹ نماد ... قادرند همه و هر درجه‌ای از مرتبه‌های اعداد را بنگارند». عبارات مشابهی نیز در متون مربوط به چرتکه یافت می‌شوند، ریچر^۱ متذکر می‌شود که ژربر جدولی برای چرتکه ساخت که روی آن «نُه رقم را مشخص کرده بود و با آن تمامی اعداد ممکن را نشان می‌داد». این قابلیت ارقام هندی در نمایش دامنه بی‌نهایتی از اعداد می‌تواند یکی از دلایلی باشد که ارقام هندی اغلب بالای ستون‌های جدول‌های چرتکه نوشته می‌شدند: ارقام هندی معمولاً بالای اولین ستون از هر سه ستون نوشته می‌شدند، چنان که عدد نُه در بالای ستون نشان‌دهنده عدد ده به توان ۲۶ است که گرچه بی‌نهایت نیست ولی عدد بسیار بزرگی است (شکل ۴)!



شکل ۴: جدول چرتکه

نسخه شماره ۱۰۹۳/۱۶۹۴ کتابخانه دولتی ترییر (آلمان)، برگ ۱۹۷.

این قابلیت اعجاز آمیز ارقام هندی عموماً به صورت یک جدول ترسیم می‌شد (شکل ۵). این جدول نشان می‌دهد چگونه نمادهای ثابتی می‌توانند برای بیان اعداد تک رقمی، ده، صد و غیره (چه برحسب ارقام هندی و چه به صورت معادل‌های رومی آن‌ها در رساله اُکراتوس) به کار روند. سه نوع از این جداول را می‌توان در نسخه‌ای از اوایل قرن سیزدهم میلادی شامل آثار ریاضی طلیطله یافت. عنوان آخرین جدول این نسخه که در کتابخانه ملی پاریس به شماره lat. 15461 نگهداری می‌شود، «جدول چرتکه برای به کارگیری عملی ارقام» است. نسخه دیگری از قرن

1. Richer

سیزدهم میلادی که در کتابخانه وست کانتري انگلستان نگهداری می‌شود و به حساب الگوریسم مربوط است نیز جدولی از همین نوع دارد و به علاوه نشان می‌دهد چگونه می‌توان اعداد مختلف را با اضافه کردن تعداد متفاوتی صفر به هر یک از ارقام یک تا نه ساخت.

10.	100.	1000.	10000.	100000.	
20.	200.	2000.	20000.	200000.	2000000.
30.	300.	3000.	30000.	300000.	
40.	400.	4000.	40000.	400000.	



شکل ۵: جدول ارقام هندی

نسخه شماره ۰.۷.۴۱ کالج ترینیتی کمبریج، برگ ۶۲ پ.

مشکل بعدی در فهم معنای ارقام هندی این بود که چه چیزی با صفر نمادگذاری می‌شود؟ «همانی که هیچ است!» عبارتی که در عنوان کتاب اخیر روبرت کاپلان درباره تاریخچه عدد صفر^۱ هم آمده است. صفر در میان ارقام نه‌گانه هندی در نسخه البیضا ذکر نشده ولی در انتهای یک شعر کوتاه لاتینی که در حدود ۱۰۸۵ میلادی درباره نام ارقام نه‌گانه مورد استفاده در چرتکه سروده شده بود آمده است: «و در ادامه «سیپوس» است که اسمش را «چرخ» می‌گذارند».^۲

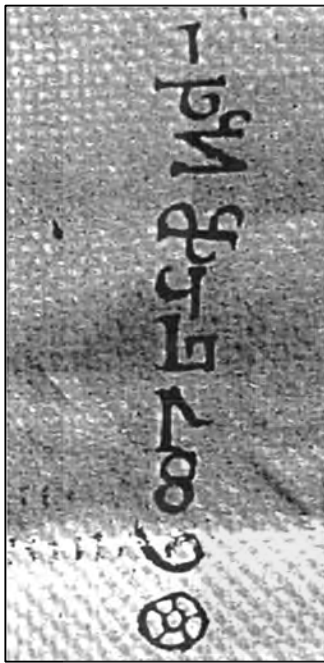
به هر حال شکل معمول برای صفر در عربی و لاتینی یک «دایره» بود که می‌توان بازتاب آن را در شعر درباره چرتکه دید که در توصیف صفر از کلمه «چرخ» (rota) استفاده کرده بود. یک تذکر متداول در حساب الگوریسم همان است که در ابتدای اولین نسخه مربوط به الگوریسم در [کتابخانه] کشل آمده است: «نُه رقم به اضافه یک دایره هستند که تمامی اعداد به وسیله آن‌ها نمایش داده می‌شوند. آن‌ها حروف هندی به این شکل هستند: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ و صفر یا «دایره» ۰ است.» به هر حال باید اشاره نمود که مشکلاتی در تفکیک دایره نمایانگر هیچ و حرف ۰ پیش آمد. نمادی که در شعر چرتکه در کنار کلمه چرخ یا rota آمده دقیقاً تصویری از یک چرخ است (شکل ۶) ولی وقتی صفر در جدول چرتکه نشان داده می‌شد یک مثلث داخل آن می‌گذاشتند. در متون نجومی قرن دوازدهم میلادی و پس از آن نیز، یک خط در بالای دایره یا یک خط مورب میان آن می‌کشیدند که حاصل این کار گاهی به طرز شگفت‌آوری شبیه صفرهای کامپیوتری امروزی (0) می‌شد. البته یک دایره با خطی در بالای آن (که آن را شبیه به t می‌کند) برای نشان دادن صفر در ترکیب با نمادگذاری الفعددی قبلاً توسط منجمان یونان باستان به کار رفته بود. در اینجا بار دیگر شاهد تلاشی آگاهانه برای دور نگه داشتن نمادهای عددی از حروف الفبا هستیم.

چنان که در نسخه‌ای از جدول‌های نجومی راجر هرفورد^۳ متعلق به اواخر قرن دوازدهم میلادی می‌توان دید، «هیچ بودن» این نماد گاهی به حذف کلی آن منجر می‌شد. از طرف دیگر ممکن بود برای نشان دادن مرتبه دهدهی رقمی در عددی مرکب، صفرهایی اضافه شوند. مثلاً در نسخه‌ای از رساله القرائات ابومعشر بلخی که در وین نگهداری می‌شود ۱۰ و ۷ برای نمایش ۱۷ و در نسخه‌ای دیگر ۲۰ با ۳ برای نمایش ۲۳ به کار رفته است.

زمانی که قاعده ارزش مکانی فهمیده شد هنوز این سؤال باقی بود که «مکان» کوچک‌ترین مرتبه در سمت راست باشد یا چپ. وضعیت وقتی بغرنج می‌شود که بدانیم عربی بر خلاف یونانی و لاتینی از راست به چپ نوشته می‌شود، بنابراین ممکن است مترجم خود را ناچار ببیند که همه

1. Robert Kaplan, *History of Zero*, 1999.
 2. "Hinc sequitur sipos: est qui rota nempe vocatus"
 3. Roger of Hereford

چیز را برعکس کند. مثلاً در ترجمه منحصراً به فرد چهار مقاله نخست مجسطی بطلمیوس از عربی در نسخه درسدن (آلمان)، مترجم (یا کاتب) تمام شکل‌های نسخه عربی را برعکس کرده است. در بعضی از شکل‌های ترجمه هوگوی سانتالایی^۱ از شرح ابن مثنی بر زیچ خوارزمی^۲، همین اتفاق برای ارقام هم افتاده است. در این ترجمه، هم ارقام و هم مکان‌های دهدهی برعکس شده‌اند و به این ترتیب تصویری آینه‌ای از آنچه باید در نسخه عربی آمده باشد عرضه شده است. البته در نسخه دیگری^۳ تمامی همان شکل‌ها به روش درست برگردانده شده‌اند. به هر حال در نسخه‌های لاتینی معمولاً ترتیب ارقام نسخه‌های عربی حفظ می‌شود. بنابراین، ردیف ارقام در ابتدای رساله‌های



شکل ۶: ارقام چرتکه شامل یک چرخ برای نمایش صفر؛ نسخه شماره ۱۰۹۳/۱۶۹۴ کتابخانه دولتی ترییر (آلمان)، برگ ۱۹۸.

قدیمی مربوط به الگوریسم با ۹ «آغاز» و به «۱» ختم می‌شود. این دقیقاً همان ترتیبی است که در رساله‌های حساب عربی می‌توان دید با این تفاوت که یقیناً در زبان عربی این ردیف ارقام از ۱ به ۹ خوانده می‌شوند.

نویسندگان اولین کتاب‌های الگوریسم در توضیح ترتیب قرارگیری مراتب دهدهی و اینکه کدام مرتبه دهدهی اولین و کدام آخرین است مشکل داشتند. برای مثال در مورد ۲۱۵ این سؤال مطرح می‌شد که حالا پنج در اولین جایگاه ارزش مکانی قرار گرفته است یا آخرین؟

نویسنده کتاب *Dixit Algorizmi* (احتمالاً ضمن تحشیه‌ای بر ترجمه‌ای تحت اللفظی از عربی) کارش به آنجا می‌رسد که متذکر شود «آغاز مراتب ارزش مکانی از سمت راست نویسنده است و آن اولین مرتبه و جایگاه یکان‌هاست.» اما باز هم قرار گرفتن مقادیر با ارزش کمتر در سمت راست و مقادیر با ارزش بیشتر در سمت چپ ممکن بود. نمونه‌ای از حفظ ترتیب خواندن اعداد در عربی را می‌توان در نسخه‌ای قرن سیزدهمی در فلاندرز^۴ دید که در آن حروف الفبا به جای اعداد به کار رفته‌اند، و در نتیجه اعداد به این شکل نوشته

شده‌اند: $0A=10, 0B=20$ الی آخر؛ یا نمونه دیگری از کتاب الگوریسم مختصری متعلق به نیمه

1. Hugo of Santalla
2. Cambridge, Caius, 456
3. Bodleian, Arch. Seld. B 34
4. Flanders

قرن سیزدهم میلادی که در آن نوشته شده: «قاعده این است که هر رقمی وقتی قبل از رقم دیگری بیاید، تنها ارزش خودش را داشته باشد، اما وقتی بعد از رقم دیگری قرار بگیرد، ارزشش ده برابر شود. مطابق آنچه در این مثال‌ها می‌بینیم: 12 بیست و یک است. 21 دوازده است و 001 صد است و اگر با 2 جایگزین شود دویست و اگر با 3 سیصد، الی آخر». در متنی که در ۱۱۷۸ میلادی برای ویلیام وایت هندز^۱ اسقف اعظم رنس^۲ (فرانسه) نگاشته شده، ضمن یک تمرین از همین ترتیب برای اعداد استفاده شده است، این متن در زایچه‌ای جای دارد که در آن می‌توان مقادیری را یافت که به شکل «91 [برج] میزان» نوشته شده‌اند.

من فکر می‌کنم که حفظ ترتیب ظاهری ارقام را می‌توان به شواهد دیگری افزود که بیشتر برای «متفاوت در نظر گرفته شدن» ارقام هندی از متن نوشتاری دیدیم؛ شواهدی مثل نوشتن اعداد داخل مربع، تصویر کردن بعینه صفر و غیره. ارقام هندی، چیزی خارج از متن^۳ بودند و مانند تصاویر یا نمودارهای هندسی، وضع و جهت نگارش خود را وقتی از یک زمینه زبانی به زمینه دیگری منتقل می‌شدند حفظ می‌کردند. پس همان‌طور که زمانی اعراب ارقام را از هندی‌ها گرفتند و جهت نگارش آن‌ها را تغییر ندادند، یونانی‌ها و لاتینی‌ها نیز وقتی اعداد از طریق اعراب به آن‌ها رسید جهت نگارش آن‌ها را معکوس نکردند. طریقی که در ابتدای این مقاله ریختم، یعنی ورود ارقام هندی به فرهنگ لاتینی، به خوبی مؤید شناخت ارقام هندی به عنوان نمادهایی خاص است؛ زیرا این ارقام در ابتدا هیچ‌گاه در متن‌ها استفاده نمی‌شدند بلکه در بهترین حالت به عنوان علائم و «نشانه‌ها» بر روی ابزارهایی مثل چرتکه ژربری به کار می‌رفتند تا ارزش بالقوه اعداد را نشان دهند. با گذشت زمان، ارقام هندی تدریجاً به درون متن‌های نوشتاری راه یافتند ولی الگوی ظاهری خود (به شکل نگارش از چپ به راست و از بالا به پایین) را بر آن متون تحمیل کردند و موجب پیدایش نوعی از حساب شدند که امروزه کاربرد جهانی دارد.



1. William of the White Hands
2. Reims
3. Hors de text