# بررسی مقدماتی رسالهٔ *اصلاح اصول اقلیدس* اثیرالدین ابهری

**ایرینا لوتر**[۱]
ترجمهٔ پروین منزوی[۲]

گرگ د یونگ پژوهشگر سرشناسِ ترجمه‌های عربی اصول اقلیدس، سدهٔ۱۳م (۷هـ) را در تاریخ علوم دورهٔ اسلامی، سدهٔ «مطالعه و تحقیق» در علوم دقیق نامیده و به پیدایش سه تحریر از اصول اقلیدس به‌وسیلهٔ محی‌الدین مغربی، نصیرالدین طوسی و طوسی مستعار[۳]، اشاره کرده است[۴]. تحریرهایی، که به‌گونه‌ای تصحیح ترجمه‌های کهن‌تر متن‌های علمی عمدتاً از دانشمندان یونان باستان است و تدوین‌کنندگان آن‌ها علاوه بر بهبود عرضهٔ مطالب، گاهی دستورها و روش‌های اثبات را جابجا و اشکالات متن را برطرف می‌کردند. به گفتهٔ د یونگ شیوه‌های تحریر آثار علمی (تصحیح، تکمیل، تشریح و تلخیص) محدود نیست و بسته به مورد تغییر می‌کند. ازاین‌رو به این فهرست تحریرها می‌توان رسالهٔ اصلاح اصول اقلیدس (اصلاح الکتاب الاسطقسات) اثر فیلسوف بزرگ، عالِمِ منطق و ستاره‌شناس اثیرالدین ابهری (ح ۶۰۰-۶۶۳ق)[5] را افزود که سیزده مقالهٔ اصول را تصحیح کرده است. این رساله به سبب ارجاع‌هایی که در رسالهٔ هندسی اشکال التأسیس از شمس‌الدین سمرقندی (ح ۶۵۰-۷۰۰ق) و شرح قاضی‌زادهٔ رومی (ح ۷۶۶-۸۴۰ق) بر آن هست، شناخته شده بود ولی پیش از این [مستقلاً] بررسی نشده است. اثبات ابهری برای اصل موضوع پنجم اقلیدس به نقل قاضی‌زادهٔ رومی در پژوهش‌های حامد دیلگن و ب. آ. روزنفلد آمده است[۶].

---

۱. پژوهشگر ارشد مؤسسهٔ تاریخ علم و فناوری فرهنگستان علوم روسیه (مسکو)، bastet_13@list.ru. گزیدهٔ کارنامهٔ علمی او در پایان این مقاله آمده است.

۲. mamanp22@gmail.com

۳. منظور، مؤلف ناشناختهٔ تحریری عربی از اصول اقلیدس است که با انتساب نادرست به نصیرالدین طوسی در سال ۱۵۹۴م در رم چاپ شده است.

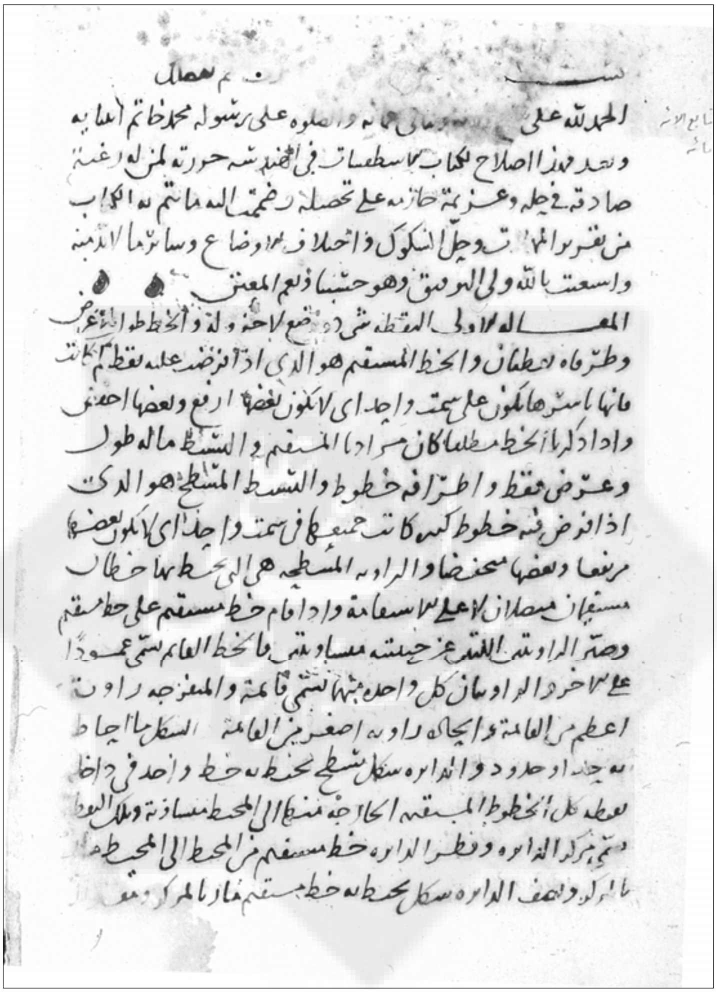
4. De Young G. "Further adventures of the Rome 1594 Arabic redaction of Euclid's *Elements*", *Archive for History of Exact Sciences*, 2012, vol. 66, p. 265-294.

۵. برای اطلاع بیشتر از زندگی و آثار اثیرالدین ابهری که هفتصد و پنجاه سال پیش درگذشت نگاه کنید به: ابوالقاسم قربانی، زندگینامهٔ ریاضیدانان دورهٔ اسلامی، ۱۳۷۵، ص ۱۲۱-۱۲۲.-م

6.Dilgan H., "Démonstration du V postulate d'Eclide par Shams-ed Din al-Samarqandī", *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, no. 13, 1960, pp. 265-294.

## رسالهٔ دست‌نوشتهٔ دوبلین

در این مقاله برخی از نخستین نتیجه‌های بررسی رسالهٔ اصلاح اصول اقلیدس ابهری را از نسخهٔ دست‌نوشتهٔ کتابخانهٔ چستربیتی دوبلین به شمارهٔ CBL, Ar 3424 عرضه می‌کنم.



صفحهٔ آغاز دست‌نوشتهٔ دوبلین رسالهٔ اصلاح اصول اقلیدس

نسخهٔ دست‌نوشتهٔ کتابخانهٔ سپهسالار تهران به شمارهٔ ۵۴۰ که در برخی فهرست‌ها، دست‌نوشتهٔ این اثر معرفی شده، در واقع نسخه‌ای از تحریر اصول طوسی مستعار است که در ۱۵۹۴م در رم چاپ شده است[1]. د یونگ نیز با بررسی تحریر اصول طوسی مستعار (دیونگ، ص۲۸۱ـ۲۸۲) به این خطا توجه کرد. این برداشت نادرست دربارهٔ نسخهٔ کتابخانهٔ سپهسالار از آنجا ریشه گرفته، که بر برگِ نخستین این

۱. تصویر این نسخه را به لطف محمد باقری دریافت کردم.

دست‌نوشته بالای نشانه‌ها و مُهرِ دارنده[1]، به خطی غیر از دستخطِ نویسندهٔ متن، نوشته شده است: «کتاب الاصلاح للفاضل العلامه اثیرالدین الابهری فی الهندسه». در ضمن برگ عنوان رساله وجود ندارد. یک نسخهٔ دیگر دست‌نوشتهٔ اثر ابهری در بورسا (حسین چلبی۷۴۴) موجود است[2].

دانشمندان عرب‌زبان اغلب این اثر اقلیدس را کتاب اصول می‌نامیدند. ابهری آن را «کتاب الاسطقسات» یعنی «کتاب عناصر» نامیده است. اما من نام اصلاح اصول اقلیدس را به کار می‌برم زیرا نام اصول رایج‌تر است. یادآور می‌شوم که قاضی‌زاده در شرح خود گفته، که رسالهٔ ابهری کوتاه‌تر و نسبت به تحریر اصول نصیرالدین طوسی کمتر شناخته‌شده است. عنوان این اثر در نوشتارهای انگلیسی به‌صورت Emendation of Euclid's *Elements* آمده است.

دست‌نوشتهٔ دوبلین در ۱۲۶برگ به شمارهٔ ۱ تا ۱۲۶ همهٔ ۱۳ مقالهٔ اصول اقلیدس را داراست. در هر برگ بدون شکل، ۲۱سطر نوشته شده است. شکل‌ها همه در متنِ نوشته‌هاست. در همهٔ برگ‌ها نخستین سطر متن و در بسیاری از برگ‌ها همهٔ متن محوشده و ازمیان‌رفته است. تعریف‌ها، اصول متعارفی، اصول موضوع و قضیه‌ها همه در یک دسته هستند. شمارهٔ قضیه‌ها به شیوهٔ ابجد در حاشیه نوشته شده است. شمارهٔ ترتیب مقاله‌ها (برای نمونه «مقالهٔ اول»)، شمارهٔ قضیه‌ها (برای نمونه «سومین») و عبارت «فأقول» (پس می‌گویم)، که پیش از اثبات هر قضیه آمده با خط درشت‌تر نوشته شده است. قضیه‌ها با نشانه‌ای شبیه حرف «ه» است. گاهی هم این نشانه‌ها دوتایی است و به‌ندرت دو نقطهٔ پررنگ‌تر افقی با «ویرگولی وارونه» بالای آن‌ها قرار دارد. نشانه‌گذاری به‌جز موارد معدود، برای تأکید بر واژه‌ها یا عبارت‌های نوشته شده بر حاشیه‌ها، وجود ندارند.

در آغاز رساله (گ ۱) نگارنده می‌گوید اصلاح کتاب اصول در هندسه را برای کسانی تدوین کرده است که خواست صمیمانه برای روشن شدن و تصمیم محکم برای آموختن دارند. ابهری به اصول اقلیدس چیزی افزود که کتاب را تکمیل و شک‌ها و تناقض‌ها را برطرف کرده است.

نخستین عبارت آورده شده مطابق سنت رایج است. نگارندگان عرب‌زبان، سبب نگارش آثار خود را درخواست (گاهی مصرانهٔ) دوستان و علاقه‌مندان به آموختنِ این یا آن موضوع اعلام می‌کردند. سمرقندی در آغاز رسالهٔ یادشده در بالا نوشته که آن را به درخواست دوستانِ علاقه‌مند به اثبات علوم محاسباتی نگاشته است.

در پایان رساله (گ ۱۲۶)، نویسندهٔ متن تأکید کرده که دست‌نوشته، رونویس از روی دست‌نوشتهٔ کاتب علی بن عمر قزوینی است ولی تاریخ رونویسی و نام خود را ننوشته است. در



۱. «داخل کتابخانهٔ نواب مستطاب فلک‌مآب اشرف رحمه الله شاهزادهٔ اعظم افخم والا تبار اعتضاد السلطنه ... وزیر علوم و صنایع و .. و معادن سرکار علیقلی میرزا ... اجلاله ... فی شهر جمادی الثانیه ۱۲۷۶» [زیر آن مهر اعتضاد السلطنه خورده است].

2. Sezgin, *GAS*, IV, 1974, p. 111.

پایین همان برگ با خطی شبیه نسخ، متفاوت از دستخط نویسنده (نستعلیق)، آگاهی‌هایی به نقل از حاجی خلیفه (ح ۱۰۱۷-۱۰۶۷ق) مؤلف کشف الظنون افزوده‌شده است. به نوشتهٔ کشف الظنون، قزوینی در ۶۷۵ق و مؤلفِ کتاب در حوالی ۶۶۰ق درگذشته است. در برگ اول دست‌نوشته، این آگاهی‌ها به خطی دیگر نوشته‌شده و نام رساله و نام نگارندهٔ آن، اثیرالدین مفضّل بن عمر ابهری، افزوده‌شده است. سال درگذشت ابهری نوشته‌شده بر این برگ متفاوت ازنظر بروکلمان در کتابشناسی‌های کلاسیک (۶۶۳ق)[1] ولی برابر با تاریخ یادشده از سوی هاینریش زوتر است.[2] اگر به کشف الظنون حاجی خلیفه مراجعه کنیم روشن می‌شود که آنجا هم موضوع روشن نیست. در جلد اول مرگ ابهری پیرامونِ ۷۰۰ق و در جلد سوم پس از ۶۶۰ق و در جلد ششم پیرامون ۶۶۰ق آورده شده است.[3] در چاپ اخیر دایرةالمعارف اسلام (به انگلیسی) تاریخ ۱۲۶۴م (=۶۶۳ق) آمده است.

در پایان، بر برگ۱۲۶ دست‌نوشته که پر نشده بوده، به خط نسخ خوش اثبات روش ترسیم دایره‌ای برابر با [مجموع] مساحت دو دایرهٔ دیگر به نقل از عَلَم الدین قیصر حنفی (۵۷۴-۶۴۷ق) اسطرلاب‌ساز، فقیه، معمار، مهندس و ریاضی‌دان آمده است.[4]

قابل‌توجه این‌که همهٔ دانشمندانی که در رسالهٔ ابهری نام‌برده شده‌اند در یک دوره می‌زیستند و با نصیرالدین طوسی و آرای فلسفی و جهان‌بینی علمی او آشنا بودند. برای نمونه، نامه‌نگاری علم‌الدین قیصر (تعاسیف) با طوسی در بررسی اثبات موازی‌های طوسی موجود است. فیلسوف و منطق‌دان نجم‌الدین علی بن عمر قزوینی کاتبی، که رسالهٔ ابهری از روی دست‌نوشتهٔ او رونویسی شده است، مدتی در رصدخانهٔ مراغه که طوسی سازنده و مدیر آن بود، کار می‌کرده است. این عجیب نیست، زیرا قزوینی شاگرد ابهری بود. آیدین صاییلی، تاریخ‌نگار ترک، بر پایهٔ منابع دست‌نوشته به این نتیجه رسیده که ابهری خود نیز مدتی در آن رصدخانه کار کرده است.[5] به یاد بیاوریم که ابهری و طوسی شاگردان فیلسوف، ریاضی‌دان و ستاره‌شناس سرشناس کمال‌الدین ابن یونس (۵۵۱-۶۴۰ق) بودند. ابهری در حوالی سال ۶۲۵ق به عنوان معلم شناخته‌شده‌ای در ستاره‌شناسی و فقه به موصل (عراق) رفت تا از ابن یونس علوم ریاضی (و به‌خصوص نجوم) بیاموزد. تقریباً در همان زمان ابن‌یونس که در مصر فقه و الهیات آموخته بود برای تعلیم ریاضی و نجوم به موصل آمد.[6]

---

1. Brockelmann, C., *Geschichte der arabischen Litteratur*, Bd. I, Weimar, 1897, p. 464.
2. Suter, H., *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*, Leipzig, 1900, pp. 146, 219.
۳. حاجی خلیفه، مصطفی بن عبدالله، کشف الظنون عن أسامی الکتب والفنون، به کوشش گوستاو فلوگل، ۱۸۳۵-۱۸۵۸.
۴. بنگرید به: زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، ابوالقاسم قربانی، ۱۳۷۵، ص ۳۱۱-۳۱۲.-م
5. Sayili, A., *The Observatory in Islam*, Publications of the Turkish Historical Society, Series VII, no. 38, Ankara, 1960, pp. 212, 215.
6. Endress, G. "Reading Avicenna in the Madrasa: intellectual genealogies and chains of transmission of philosophy and the sciences in the Islamic East", *Arabic Theology Arabic Philosophy, From the Many to the One: Essays in Celebration of Richard M. Frank*, ed. by J. E. Montgomery (Orientalia Lovaniensia Analecta,

←

**تعریف ابهری از خط راست**

در همان آغاز رسالهٔ ابهری توجهم به تبیین مفاهیم خط راست، سطح و خط‌های متوازی جلب شد که با تعریف‌های رسمی اقلیدس از آن مفهوم‌ها و نیز مترجمان عربی متفاوت بود. در مقایسه با ۲۳ تعریف از کتاب اصول اقلیدس، ابهری تعریف زاویهٔ مستوی و مرز را ندارد ولی تعریف قطر چهارضلعی را افزوده است.

تعریف نقطه به‌وسیلهٔ ابهری: «نقطه چیزی است که موقعیت دارد، ولی جزء ندارد» [گ ۱پ][1] همانند تعریف نقطهٔ ابن‌سینا (۳۷۰–۴۲۸ق) است و درواقع هیچ تفاوتی با تعریف طوسی ندارد. توجه کنیم که در این تعریف گفته‌شده، که نقطه هیچ «جزء» و نه «جزءها»یی ندارد، که مانند تعریف نقطه در اصول است. طوسی مستعار، شمس‌الدین سمرقندی و قاضی‌زادهٔ رومی در تعریف نقطه به‌سادگی گفته‌اند که نقطه «تقسیم‌ناپذیر است».

حال از تعریف خط راست آغاز کنیم. به نظر ابهری «خط راست خطی است که بر روی آن شمار زیادی نقطه در یک راستا قرار می‌گیرند، یعنی برخی از آن‌ها بالاتر یا برخی پایین‌تر نخواهند بود»[گ ۱پ].

این تعریف متفاوت با تعریف اقلیدس است، که می‌گوید خط راست آن است که به‌گونه‌ای هموار بر نقطه‌های خودش قرار دارد، و حتی با تعریف دیگر معاصران ابهری همچون نصیرالدین طوسی و طوسی مستعار تا دیگران در سدهٔ ۲۰م متفاوت است.

تعریف طوسی در تحریر اصول چنین است: «خط راست آن است که هر نقطهٔ روی آن روبروی نقاط دیگر است».

طوسی مستعار می‌گوید: «خطی راست است که نقطه‌های روی آن روبروی هم باشند».[2]

مشابه چنین عبارتی در تحریر پیش‌تر ابن‌سینا از اصول هست: «خطی راست است، که هر نقطه‌ای از آن در برابر دو نقطهٔ آغاز و پایانش قرارگرفته باشد». هر نقطه‌ای از خط راست در برابر نقطه‌های آغاز و پایان خط است. این ممکن است نشان‌دهندهٔ آشنایی کامل ابن‌سینا با تعریف خط راست افلاطون (در کتاب پارمنیدس) از راه آثار عربی ارسطو باشد: «خط راست آن است، که از میان آن نتوان دو سرش را دید».



→

152), Leuven: Peeters, 2006, pp. 371-422.

۱. ارجاع‌ها به شمارهٔ برگ در نسخهٔ شمارهٔ ۳۴۲۴ چستربیتی است.

۲. تحریر طوسی مستعار از کتاب اصول اقلیدس که در سال ۱۵۹۴م در رم چاپ شد. این کتاب در سال ۱۹۹۷ در مؤسسهٔ تاریخ علوم عربی اسلامی دانشگاه یوهان ولفگانگ گوته (فرانکفورت) به عنوان جلد ۲۰ مجموعهٔ ریاضیات و نجوم دورهٔ اسلامی (Islamic Mathematics and Astronomy) تجدید چاپ شد.

پیدایش روبرو قرار گرفتن نقطه‌ها در تحریرهای عربیِ تعریفِ خط راستِ اقلیدس می‌توانست نتیجهٔ پذیرش تعریف افلاطون باشد که می‌گفت میانهٔ خط راست و سروته آن روبروی هم قرار دارند.

شاید منشأ سنت تعریف خط راست (و مشابه آن در مورد سطح‌ها، نک. پایین‌تر) از راه روبرو قرار دادن، ترجمه‌های عربی اصول باشد. برای نمونه، تعریف خط راست توسط اسحاق- ثابت یعنی در ترجمهٔ اسحاق بن حنین (د. ۲۹۸ق)، که دیرتر به‌وسیلهٔ ثابت بن قره (۲۲۱-۲۸۸ق) تصحیح‌شده چنین است: «خط راست آن است که روبروی هر نقطه‌ای است که روی آن قرار دارد». ترجمهٔ اسحاق- ثابت چنانکه اکنون گمان می‌رود با همکاری حنین بن اسحاق (۱۹۴-۲۶۰ق) رییس بخش ترجمهٔ «بیت الحکمهٔ» بغداد و پدر اسحاق بن حنین تهیه شده است. ترجمهٔ نخستین از حجاج بن یوسف بن مطر (شکوفایی بین ۱۷۰ و ۲۱۸ق) بوده است. ترجمهٔ بعدی حجاج، کوتاه شدهٔ ترجمهٔ نخستین است. هیچ‌یک از ترجمه‌های حجاج نه به شکل کامل و نه بخش‌هایی از آن‌ها به‌جا نمانده است. دربارهٔ آن‌ها از نقل‌ها و ارجاع‌ها در آثار دیگران می‌توان پی برد. برای نمونه در تحریر و تصحیح اصول به‌وسیلهٔ نصیرالدین طوسی از ترجمهٔ حجاج و روایت اسحاق ـ ثابت بهره گرفته‌شده است.

برگردیم به «روبه‌رو قرار گرفتن نقطه‌ها» در تعریف خط راست. می‌توان نتیجه گرفت که ابهری زیر تأثیر سنت پدید آمده در سدهٔ ۷ه در خاورزمین عربی تعریف خط راست را به کمک «روبه‌رو قرار گرفتن نقطه‌ها» بیان کرده باشد. ولی چنین نیست.

ابهری درک خود از خط راست را کلمه به کلمه از شرح ابن‌هیثم (۳۵۴-۴۳۰ق) بر مصادرات اقلیدس گرفته است. برداشت ابن‌هیثم از تعریف خط راست اقلیدس مشابه بیان طوسی و طوسی مستعار است، که بر پایهٔ «روبه‌رویی نقطه‌ها»ست.

در شرح مصادرات اقلیدس ابن‌هیثم می‌خوانیم: «تعریف اقلیدس: خط راست روبه‌روی هر نقطه‌ای که روی آن است قرار دارد. یعنی خط راست خطی است که اگر روی آن به هر میزان نقطه قرار دهیم همهٔ آن‌ها در یک راستا خواهند بود، یعنی برخی از آن‌ها بالاتر یا پایین‌تر نخواهند بود. برخی سمت چپ و برخی سمت راست نخواهند بود و نسبت به خط یک موقعیت دارند».

درواقع در این تعریف گفته می‌شود، که همهٔ نقطه‌های خط راست روبه‌روی یکدیگر هستند.

شرح ابن‌هیثم برای دانشمندان دورهٔ اسلامی ازآن‌رو جالب بود که در آن اصل موضوع اقلیدس دربارهٔ خط‌های متوازی به کمک «یک حرکت ساده» اثبات‌شده بود. این رساله گویا کم‌تر از اثر ابن‌هیثم به نام کتاب فی حل شکوک کتاب اقلیدس در دسترس ابهری بوده است. در این کتاب (فی حل شکوک...) همان روش‌های اثبات به شکلی خلاصه‌تر آمده است. بدین

ترتیب عمر خیام (۴۳۹-۵۲۶ق) با استفاده از این رساله در شرح ما اشکل من مصادرات کتاب اقلیدس و نصیرالدین طوسی در رسالة الشافیه عن الشک فی الخطوط الموازیه ابن‌هیثم را به خاطر واردکردن حرکت به هندسه نقد کردند. چنان‌که طوسی منبع خود را ذکر می‌کند، او نتوانسته است هیچ شرحی از ابن‌هیثم بیابد و تنها از راه کتاب فی حل شکوک ... با شرح آشنا شده است.[۱]

**تعریف‌های دیگر خط راست در شرح ابن‌هیثم**

این رساله به‌جز بخش اثبات آن برای اصل موضوع پنجم، هنوز بررسی نشده است. ازاین‌رو تعریف‌هایی برای خط راست از ابن‌هیثم آورده می‌شود، که از جاهای دیگر یافته شده است.

تعریف نخست: «خط راست کوتاه‌ترین خط میان دو نقطه، به عبارت دقیق‌تر هر دو نقطه، است. میان آن‌ها می‌توان بینهایت خط‌های خمیده رسم کرد، ولی تنها یک خط، راست است. این خط راست، کوتاه‌ترین فاصله میان دو نقطه است. ازاین‌رو خط راست چنین تعریف می‌شود».

این تعریف ظاهراً بدیهی خط راست، ارتباط میان خط راست و فاصله را تعیین می‌کند، که بی‌شک از مقدمهٔ ارشمیدس بر رسالهٔ کره و استوانه (در باب اصول موضوع) گرفته‌شده است: «از همهٔ خط‌هایی که یک آغاز و انجام دارند، خط راست کوتاه‌ترین است». یادآوری کنیم، که طوسی در شرح خود بر این اثر ارشمیدس به‌درستی در اثبات آن شک کرده و اثبات خودش را عرضه کرده است.

تعریف دوم: «خط راست آن بخش از خط است که می‌تواند جابه‌جا شود. یعنی خطی راست است که اگر بخشی از آن را جدا کنیم و روی باقی‌ماندهٔ خط قرار دهیم با آن منطبق شود؛ و اگر آن بخش را برگردانیم و روی باقی‌ماندهٔ خط قرار دهیم، بازهم منطبق شود. ولی اگر خط خمیدگی داشته باشد و بخشی از آن را جدا کنیم و روی بقیه قرار دهیم ممکن است منطبق نشود؛ چون وضعیت خمیدگی در پشت‌ورو کردن آن بخش تغییر می‌کند و بر بقیهٔ خط منطبق نمی‌شود».

در اینجا بر ویژگی دیگر خط راست تأکید می‌شود. خط راست همگون است. همهٔ بخش‌های آن یکسان است. به گفتهٔ ارسطو همهٔ بخش‌ها باهم مشابهند. به گفته‌ای دیگر همگونند و این سببِ امکان جابه‌جایی آن‌ها می‌شود. همین ویژگی را دایره هم دارد. به همین دلیل ابن‌هیثم شرط دومی برای خط راست پیشنهاد کرد (اگر بخشی از خط را برگردانند و آن را روی باقیماندهٔ خط بگذارند، در صورت انطباق خط راست است و اگر خط خمیده باشد انطباق صورت نمی‌گیرد).

۱. ایرنیا لوتر (مؤلف مقالهٔ حاضر) این موضوع را در مقاله‌ای که با عنوان «قضیهٔ توازی [شمس‌الدین] سمرقندی و شرح [قاضی‌زادهٔ] رومی بر آن (به زبان روسی) در سال ۲۰۱۱ در نشریهٔ پژوهش‌های تاریخ ریاضی منتشر کرده است.

تعریف سوم: «خط راست وضعیتی است که تغییر نمی‌کند». اگر دو نقطهٔ پایانی خط را ثابت کنیم و خط را برگردانیم، آن خط دور محورش می‌چرخد. این به معنی آن است که اگر دو انتهای خط ناراست را ثابت کنیم و آن را برگردانیم ناراستی آن تغییر وضعیت داده بالا و پایین می‌شود. من این تعریف خط راست را شاخص می‌کنم، خط راست آن است که هنگام چرخش به دور محور ثابت‌شده‌اش تغییر وضعیت ندهد. با این تعریف خط راست از هر ابهامی رها می‌شود.

تعریف ابن‌هیثم بدیع است. برای نمونه پروکلوس نوافلاطونی (سدهٔ ۵م) در شرح خود بر مقالهٔ یکم اصول تعریفی مشابه ابن‌هیثم آورده است: هیچ بخشی از خط راست نه در سطحی پایین‌تر و نه در سطحی بالاتر قرار نمی‌گیرد و همهٔ بخش‌های آن باهم جابه‌جا می‌شوند و اگر این خط دو سرش ثابت شوند بی‌حرکت می‌ماند. پروکلوس بر تعریف افلاطون (در کتاب پارمنیدس) و همگونی خط راست تأکید می‌کند. پروکلوس تأکید می‌کند که این ویژگی نه‌تنها برای خط راست، بلکه برای دایره و مارپیچ استوانه‌ای نیز صادق است. ولی او برخلاف ابن‌هیثم همگونی خط راست و دو خط دیگر را تفکیک نمی‌کند. ابن‌هیثم برخلاف پروکلوس همگونی دایره و مارپیچ استوانه‌ای را به کمک دو ویژگی دیگر توضیح می‌دهد. پروکلوس ویژگی خط راست را آن می‌داند که خط راست در امتداد نقطه‌های روی آن (یعنی تعریف اقلیدس) است «و این فاصله کوتاه‌ترین میان دو نقطه است».[1]

## تعریف خط راست در شرح‌های نیریزی و سیمپلیکیوس

از دسترسی دانشمندان دورهٔ اسلامی به شرح پروکلوس بر اصول اقلیدس اطلاعی نداریم. ازاین‌رو احتمال دارد منبع تفکرات ابن‌هیثم شرح ابوالعباس نیریزی (درگذشتهٔ حدود ۳۱۰ق) بر اصول اقلیدس باشد که بر پایهٔ ترجمهٔ حجاج نگاشته و تکمیل‌شده است. در این شرح نقل‌قول‌های فراوانی از متن یونانی شرح سیمپلیکیوس (سدهٔ ۶م) بر مقدمه (تعریف‌ها، اصول و قضیه‌های مقالهٔ اول) اصول اقلیدس، که به‌نوبهٔ خود بسیار بر پایهٔ شرح پروکلوس بوده، وجود دارد.

در دو نسخهٔ خطی شرح نیریزی (لیدن ۳۹۹ خاوری و قم کتابخانهٔ عمومی ۶۵۲۶) تنها چهار-پنج مقالهٔ نخست موجود است. سه تعریف نخستینِ مقالهٔ اول و از جمله تعریف خط راست موجود نیست. ولی این کمبود را می‌توان با بهره‌گیری از شرح سیمپلیکیوس که نیریزی آورده جبران کرد: «سیمپلیکیوس گفت: اقلیدس می‌گوید میان هر دو نقطه فاصله ایست که میانِ دو نقطهٔ آغاز و پایان خط است. پس اگر دو نقطه را سروته یک خط فرض کنیم چنان‌که تنها خطی محدود باشد و فاصلهٔ میان آن دو را خط بنامیم، حتی اگر میان آن‌ها خطی نباشد، آن فاصله خط راست است که دو نقطه

1. Proclus, *A Commentary on the First book of Euclid's Elements*, translated with introduction and notes by G. R. Morrow, with a new foreword by I. Mueller, Princeton-New Jersey: Princeton University Press, 1992.

سروته آن هستند. اگر ما فاصلهٔ آن دو را اندازه بگیریم، آن خط کوتاه‌ترین است. کوتاه‌ترین مسافت میانِ چیزهای گوناگون. ما با خطی که خمیدگی دارد اندازه‌گیری نمی‌کنیم. به همین دلیل ارشمیدس خط راست را چنین تعریف کرد که خط راست کوتاه‌ترین خط میان دو نقطه است و اندازه‌گیری تنها با خط راست انجام می‌شود. این‌چنین است چون میان دو نقطه می‌توان بینهایت خط کج و مورب رسم کرد که برخی بزرگ‌تر از دیگری باشد».

بیان خودِ نیریزی که پیش‌تر از شرح سیمپلیکیوس ذکر شده چنین است: «اقلیدس گویا تصوری را که ارشمیدس بیان کرده در نظر داشته است که خط راست کوتاه‌ترین فاصله ایست که دو نقطه را به هم وصل می‌کند».

در بازبینی تعریف خط راست، روایت لاتینیِ رسالهٔ نیریزی منسوب به گرارد کرمونایی (۱۱۱۴ـ۱۱۸۷م) که شامل دَه مقالهٔ نخستِ اصول است می‌توانست مفید باشد. ولی تاکنون دست‌نوشتهٔ عربیِ نیریزی که ترجمهٔ لاتینی از روی آن انجام شده شناخته نشده است و ترجمهٔ لاتینیِ خط راستِ اقلیدس از رسالهٔ نیریزی خوب نیست و این به سببِ مشکلات ترجمه از زبان عربی در سده‌های میانه بوده و خود نیازمند اصلاح است: «خط راست آن است که میان نقطه‌های روی آن هموار باشد».

از دو شرح سیمپلیکیوس و نیریزی می‌توان گمان کرد که در رسالهٔ نیریزی تعریف خط راست اقلیدس چنین بوده است: «خط راست آن است که روبروست با هر دو نقطهٔ روی آن». در چنین بیانی می‌توان ارتباط میان مفهوم خط راست با مفهوم فاصله را دید؛ چیزی که در شرح نیریزی و سیمپلیکیوس آمده و بیانگر ویژگی همگون بودن خط راست است.

می‌شد گمان کرد که تعریف خط راست در ترجمهٔ حجاج از اصول که نیریزی از آن بهره گرفته هم همین‌گونه باشد، ولی چنین نیست. نخست ازاین‌رو که نیریزی متن حجاج را تصحیح کرده است. دوم در ترجمه‌ای که آدلارد باثی در سدهٔ۱۲م از شرح نیریزی بر اصول اقلیدس به زبان لاتینی فراهم کرده تعریف خط راست تااندازه‌ای نامنتظره است: «خط راست فاصله ایست از یک نقطه به دیگری دربرگیرندهٔ آن دو نقطه در مرزهایشان». در این بیان همچون تعریف گرارد کرمونایی اثر مشکلات ترجمهٔ اصول از زبان عربی به لاتینی دیده می‌شود. برای نمونه، فعل عربی«قبل» نه‌تنها به معنی روبه‌رو قرار داشتن و بودن در طرف مقابل، بلکه به معنی پذیرفتن و استقبال کردن نیز هست. ازاین‌رو کاملاً ممکن است، که آدلارد "recipiens" (پذیرنده) را نادرست ترجمه کرده باشد. اگر این ترجمهٔ لاتینی دویست سال دیرتر انجام می‌شد و مترجم به روایت‌های دیگر عربیِ تعریف خط راست دسترسی داشت، ممکن بود آن را به شکل زیر بیاورد: «خط راست کوتاه‌ترین فاصله از یک نقطه به نقطهٔ دیگر است که در برابر هر یک از آن‌ها قرار دارد».

دربارهٔ ارتباط راست بودنِ خط و فاصله، تعریف خط راست در رسالهٔ پروکلوس (شاید برگرفته از سیمپلیکیوس) چنین است: «اقلیدس تعریف خط راست را به‌روشنی به کمکِ این‌که خط راست فاصلهٔ هم‌اندازه میان آن نقطه‌ها را می‌پوشاند بیان کرده است. زیرا فاصلهٔ میان هر دو نقطه درازای خطی است که آن دو نقطه نشان می‌دهند یعنی روبروی هر دو نقطه است». سیمپلیکیوس تعریف‌های دیگر خط راست را نیز بررسی کرده است. برای نمونه، تعریف افلاطون را: «افلاطون برای تعریف خط راست می‌گوید: 'خطی راست است که وسط آن دو انتهایش را بپوشاند'، زیرا اگر چشمت را بر یکی از دو انتها ثابت کنی و بخواهی انتهای دیگر را ببینی آن نقطه در منظر تو قرار می‌گیرد، یعنی آن نقطهٔ وسط انتها را می‌پوشاند. آنچه مربوط به این تعریف است، اینکه استدلال در جهت دیگر را ممکن می‌سازد. نه به دلیل اینکه وسط دو انتها را می‌پوشاند، بلکه چون خط راست است وسط دو انتها را می‌پوشاند. و این بدان سبب است که دید خط راست را می‌پیماید».

سیمپلیکیوس واردکردن موضوع رؤیت را به هندسه نادرست دانسته و از آن انتقاد کرده است. اقلیدس با بهره‌گیری از پدیدهٔ رؤیت تأکید می‌کند که چون مسیر رؤیت خط راست است «وسط انتهاها را می‌پوشاند.» در اینجا «ثابت کردن دید» بر یکی از دو انتها چنان‌که سیمپلیکیوس پیشنهاد می‌کند سبب می‌شود که نه‌تنها انتهای دیگر خط، بلکه وسط و همهٔ نقطه‌های دیگر میان دو انتها نیز دیده نشود.

سیمپلیکیوس برعکس ابن‌هیثم و پروکلوس در تعریف خط راست با بیان ویژگی همگونی، دو شرط لازم را ادغام و تأکید می‌کند که خط راست آن است که همهٔ بخش‌های آن «از همه سو» با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند. هرون اسکندرانی (سدهٔ ۱م) خط راست را همچون سیمپلیکیوس تعریف کرده و بارها در شرح نیریزی از آن نقل شده است. ممکن است استدلال سیمپلیکیوس دربارهٔ ویژگی بی‌حرکتی خط راست اگر انتهاها بی‌حرکت باشند از هرون گرفته شده باشد، زیرا آن‌ها هر دو انتها را قطب و خط راست را محور چرخش در نظر می‌گرفتند.

### تعریف خط راست ابهری و قضیهٔ اول مقالهٔ یازدهم *اصول*

بازگردیم به ابهری و تعریف او از خط راست: «خط راست خطی است، که هر تعداد نقطهٔ روی آن‌همه در یک راستا هستند، یعنی برخی از نقطه‌ها بالاتر یا پایین‌تر نیستند». عبارت پایانی را می‌توان چنین بیان کرد: «بخشی از آن‌ها بالاتر و بخشی پایین‌تر نخواهند بود». از عبارت «همه در یک راستا هستند» می‌توان برداشت کرد که «همه در یک سطح خواهند بود»(در قیاس با منبع این تعریفِ ابهری، یعنی رسالهٔ ابن‌هیثم، این ترجمه نادرست است، چون در آن گفته شده است که برخی از آن‌ها در سمت چپ و برخی در سمت راست نخواهند بود»). در این صورت تعریف خط

راست به بیان ابهری را می‌توان چنین نوشت: «خط راست، خطی است، که اگر بر آن به هراندازه نقطه‌هایی گذاشته شود، آن‌ها همه در یک سطح خواهند بود، یعنی بخشی از آن‌ها بالاتر و بخشی پایین‌تر نخواهند بود». این تعریف درواقع با قضیهٔ ۱ مقالهٔ یازدهم اصول اقلیدس همسان است که طبق آن: «در خط راست هیچ بخشی پایین‌تر یا بخشی بالاتر نخواهد بود». برای مقایسه، تعریف طوسی مستعار را می‌آوریم: «ممکن نیست در یک خط راست بخشی در یک سطح و بخشی در سطحی بالاتر باشد». روشن نیست چرا ابهری به یکسان بودن تعریف و قضیه بی‌توجهی کرده و این بانام اثرش، اصلاح اصول، ناهمخوان است.

اثبات این قضیه از سوی ابهری (در اصلاح اصول اقلیدس) چنین است:

«هر خط راست بر یک سطح قرار دارد. وگرنه اگر ابج خط راست و بخشی از آن اب در یک سطح و بج در سطحی دیگر باشد، اب را در سطحی که قرار دارد، راست تا نقطهٔ د ادامه می‌دهیم. آنگاه دو خط جب و دب در راستای اب ادامه می‌یابند که این درست نیست. درنتیجه، هر خط راستی روی یک سطح قرار می‌گیرد. این چیزی است که می‌خواستیم ثابت کنیم» [گ ۸۹پ].

در این اثبات، هم چون اثبات‌های مشابه، از ابن‌سینا، طوسی و طوسی مستعار دریافت‌های متناقضی را که در متنِ یونانی اصول هست توضیح نداده‌اند: «این ممکن نیست؛ اگر از مرکز ب به شعاع اب دایره‌ای رسم کنیم، قطرهای ابج و ابد قطعه‌هایی نابرابر ایجاد می‌کنند». این اثبات مورد انتقاد ت. ل. هیث[1] قرار گرفت که آن را دست‌کاری در متن اصول می‌داند. از جمله او می‌گوید، تأکید بر اینکه دایرهٔ به مرکز ب باید اب، اج، بج، بد را قطع کند در صورتی ممکن است که بج و اد بر یک سطح باشند و این در قضیهٔ ۲ مقالهٔ یازدهم (در مورد اینکه اگر دو خط راست یکدیگر را قطع می‌کنند، روی یک سطح قرار دارند) تأیید می‌شود.[2]

احتمالاً در تصحیح‌های عربی نیز چنین دلیل‌هایی آورده شده است. من آن بخش از ترجمهٔ اسحاق- ثابت را در اختیار ندارم، که نشان بدهم آیا این اثبات‌های اصلاح‌شده در آن هست یا نه. ولی شاید چنین اثبات‌هایی در ترجمهٔ عربی اصول توسط حجاج که به ما نرسیده، بوده است، زیرا در روایتِ لاتینیِ اصول اقلیدس، که به آدلارد باثی نسبت داده می‌شود این مطالب موجود نیست.

### تعریف صفحه

تعریف این مفهوم اساسی هندسی در روایت‌های عربی، از جمله در بیان ابهری متناظر با تعریف‌های خط راست است. تعریف اقلیدس چنین است: «سطح مستوی آن است، که به‌گونه‌ای

۱. مترجم اصول اقلیدس به زبان انگلیسی.

۲. اصول اقلیدس، تامس ال. هیث، ترجمهٔ محمدهادی شفیعیها، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۷، ص ۳۸۰.

هموار بر خط‌های راست خود قرار دارد». دانشمندان دورهٔ اسلامی صفحه را همچون خط راست به کمک مقایسه و متناظر با خط راست تعریف کرده‌اند.

در ترجمهٔ اسحاق- ثابت از اصول: «سطح مستوی (صفحه) آن است، که در تقابل خط‌های راست روی آن نسبت به یکدیگر باشد».

ابن‌سینا در شفا می‌گوید: «صفحه از تقابل خط‌هایی تشکیل شده است که روی آن رو به روی یکدیگر با دو خط مرزی‌شان جای گرفته باشند».

بنا بر تعریف طوسی در تحریر اصول «صفحه سطحی است که همهٔ خط‌های روی آن در برابر هم قرار دارند».

تعریف طوسی مستعار چنین است: «سطحی مستوی است که خط‌های قرار گرفته روی آن در برابر هم باشند».

ابهری سطح را مشابه خط راست تعریف می‌کند: «صفحه سطحی است، که اگر روی آن بی‌شمار خط قرار دهند، همهٔ آن خط‌ها در یک سطح باشند یعنی برخی از آن‌ها بالاتر و برخی پایین‌تر نباشند». گویا ابهری تعریف صفحه را همچون تعریف خط راست، از ابن‌هیثم (در شرح مصادرات اقلیدس) گرفته است که تعریف آن از سطح مستوی چنین است: «صفحه را با تعریفی مشابه تعریف خط راست بیان می‌کنیم. گفتهٔ اقلیدس چنین است: صفحه جایی است که خط‌های راست روبروی هم بر آن قرار دارند.این یعنی صفحه سطحی است که اگر روی آن بینهایت خط راست کشیده شود، هیچ‌کدام از آن خط‌ها بالاتر یا پایین‌تر نباشند و همه در یک سطح باشند».

در هر دو مورد (تعریف خط راست و صفحه) شاید دلیل ابهری برای انتخاب تعریف‌های روشن شدهٔ ابن‌هیثم این باشد: از سویی آن‌ها آشکار و درنتیجه قابل‌فهم‌ترند. از سوی دیگر بررسی اصول اقلیدس به ابهری اجازه نداد تعریف‌ها و بحث‌های او را در «اصلاح» خود وارد کند. کاری که در آثار دیگر از جمله شرح ابن‌هیثم انجام شد.

توجه کنیم، که تعریف صفحه توسط ابهری، طوسی و ابن‌سینا به یاری خط‌ها بیان شده است. در روایت اسحاق- ثابت، ابن‌هیثم و طوسی مستعار، سخن از خط‌های راست است که احتمالاً نتیجهٔ بیان تعریف سطح به‌وسیلهٔ خود اقلیدس است،که در آن تنها خط‌های راست بررسی می‌شوند. نخستین مورد را می‌شود چنین توضیح داد که ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی وقتی مطلبی دربارهٔ خط راست و سطح مستوی می‌گویند، واژهٔ «راست» یا «مستوی» را با پذیرش بدیهی بودن آن حذف می‌کنند. اگر تعریف صفحه در رسالهٔ ابن‌هیثم را در نظر بگیریم که بنا بر آن منظور از عبارت «روبه‌رو قرار گرفتن خط‌ها» آن است که همهٔ خط‌های موجود در آن سطح باید در یک سطح باشند، این شرط منطبق با سطح‌های نامستوی بسیاری است. پس در تعریف صفحه که در آن

بر روبه‌رو بودن خط‌ها تأکید می‌شود سخن دربارهٔ همهٔ خط‌هاست (همچون تعریف طوسی). اقلیدس در اصول از میان همهٔ خط‌ها تنها خط راست و دایره را تعریف کرد. ازاین‌رو در تعریف‌های خط، گویا منظور خط راست است. به‌خصوص که در تعریفِ صفحه توسط ابن‌هیثم برخلاف رساله‌اش، سخن از خط راست رفته است.

ابن‌هیثم دو تعریف برای صفحه می‌دهد. نخستین تعریف از رسالهٔ کره و استوانهٔ ارشمیدس است و در آن تأکید می‌شود که صفحه کمترین مساحت را در پیرامونی مشترک دارد؛ در دومین تعریف از زبان سیمپلیکیوس دربارهٔ ویژگی همگونی «از همه سو» می‌گوید:

«صفحه کمترین مساحت را در پیرامونی یکسان دارد. این یعنی صفحه محدود است. می‌شود آن را بر مرزش نهاد. یک مرز دارد، یعنی مرز خط ساده است. اگر مرزش بیشتر باشد برجسته یا گود است. اگر در مرزِ سطحی، چندین سطح جا بگیرد، آن‌که یک مرز دارد صفحه است که مساحت آن کمتر از همهٔ سطح‌هاست».

صفحه چنین نیز تعریف شده است: «سطحی است که تکه‌هایش جابه‌جا می‌شود. یعنی آن سطحی صفحه است که اگر بخشی از آن را جدا کنیم و تکهٔ جداشده را کنار بخش باقی‌مانده قرار دهیم و آن تکه جای‌گیر شود و بعد آن تکه را برگردانیم و باز کنار بخش باقی‌مانده بگذاریم، باز هم جا بگیرد؛ وگرنه گود یا برجسته است».[1]

در مورد خط راست هم این تفکر ابن‌هیثم احتمالاً از نیریزی، سیمپلیکیوس و پروکلوس گرفته شده است.

روشن است که توجه نیریزی و سیمپلیکیوس در تعریف صفحه نه فقط به ساختار و اصطلاح‌های تعریف خط راست است، بلکه شرح آن به‌وسیلهٔ فاصله، منجر به تصور نادرست از صفحه و اشکال در شرح آن شده است.

نیریزی تعریف صفحهٔ اقلیدس را چنین بیان کرده است: «اقلیدس گفته است: صفحه آن است که در میان فاصلهٔ خط‌های راست روی آن قرار دارد. پرسیده می‌شود: منظور از «فاصله» در تعریف نادرست صفحه چیست؟ نیریزی با درک این مسئله فوراً می‌کوشد روشن کند: «گویا منظور اقلیدس کمترین سطح میان دو خط راست است». اصطلاح «کمترین سطح میان دو خط راست» چیست؟ شاید همانند تعریف ۱ مقالهٔ دوم اصول اقلیدس سخن از مساحت متوازی‌الاضلاع یا مربع‌مستطیل محدود میان دو خط راست است.

پاسخ گویا باید به دنبال شرح سیمپلیکیوس می‌آمد، که نتوانست مسئله را حل کند و پرسش‌های دیگری نیز برانگیخت. به گفتهٔ سیمپلیکیوس فاصلهٔ سطح مستوی برابر است با کوتاه‌ترین فاصله

۱. ابن‌هیثم، در شرح مصادرات اقلیدس.

میان برش‌ها صرف‌نظر از اینکه این برش‌ها (که شمارشان بیان نشده است) ایجاد متوازی‌الاضلاع می‌کنند یا نه. آیا این بدان معنی است، که در صورت متوازی‌الاضلاع شدن سطح، دست‌کم دو عمود بر جفت پهلوهای متوازی‌الاضلاع موجود است؟ اگر متوازی‌الاضلاع نیست و چندضلعی است، که «فاصله» میان ضلع‌ها گوناگونند، چگونه سیمپلیکیوس فاصلۀ صفحه را کوتاه‌ترین می‌انگارد. ولی منظور از «کوتاه‌ترین فاصله» میان اضلاع چندضلعی چیست؟ پیدایش متوازی‌الاضلاع به چه سبب است؟ چه نسبتی میان کوچک‌ترین سطح، متوازی‌الاضلاع، فاصلۀ صفحه و کوتاه‌ترین فاصله وجود دارد؟ پرسش بسیار است، ولی شرح سیمپلیکیوس به روشن شدن مسئله‌های ناشی از واردکردن مفهوم فاصله کمکی نمی‌کند.

اما پروکلوس در شرح خود از تعریف صفحۀ اقلیدس، به فاصله توجه نکرده است: صفحه آن است که جایی را اشغال می‌کند و میان دو خط راست واقع بر آن، قرار دارد.

یادآوری کنیم که در روایت‌های نقل‌شدۀ عربی برای تعریف سطح مستوی (صفحه)، نگارندگان تلاشی برای انتخاب اصطلاح‌های یکسان برای این‌گونه سطح نکردند. نزد نیریزی صفحه برابر است با «مسطح»، ابن‌هیثم می‌گوید «بسیط مستوی» و «سطح مستوی» و ابن‌سینا می‌گوید «سطح» و «بسیط مسطح» و طوسی آن را «مستوی» و «سطح مستوی» می‌نامد. ولی در بخش‌های دیگر آثار بررسی‌شده (مثلاً در تعریف خط‌های متوازی) این دانشمندان اصطلاح‌هایی را که برای صفحه ساخته بودند رعایت نکرده و مشابه آن را به‌کاربرده‌اند.

## تعریف خط‌های متوازی

با توجه به این‌که آثار مورد بررسی در تعریف خط‌های متوازی اقلیدس از تعریف او (خط‌های متوازی خط‌هایی هستند که روی یک سطح قرارگرفته‌اند و از هر دو سو تا بینهایت می‌روند ولی یکدیگر را قطع نمی‌کنند) دور نشده‌اند آن‌ها را به ترتیبِ زمانی می‌آوریم:

تعریف در ترجمۀ اسحاق- ثابت از اصول: «خط‌های متوازی آن‌هایی هستند که در یک سطح مستوی قرار دارند و در صورت ادامۀ آن‌ها تا بینهایت از هیچ سو به هم نمی‌رسند»؛

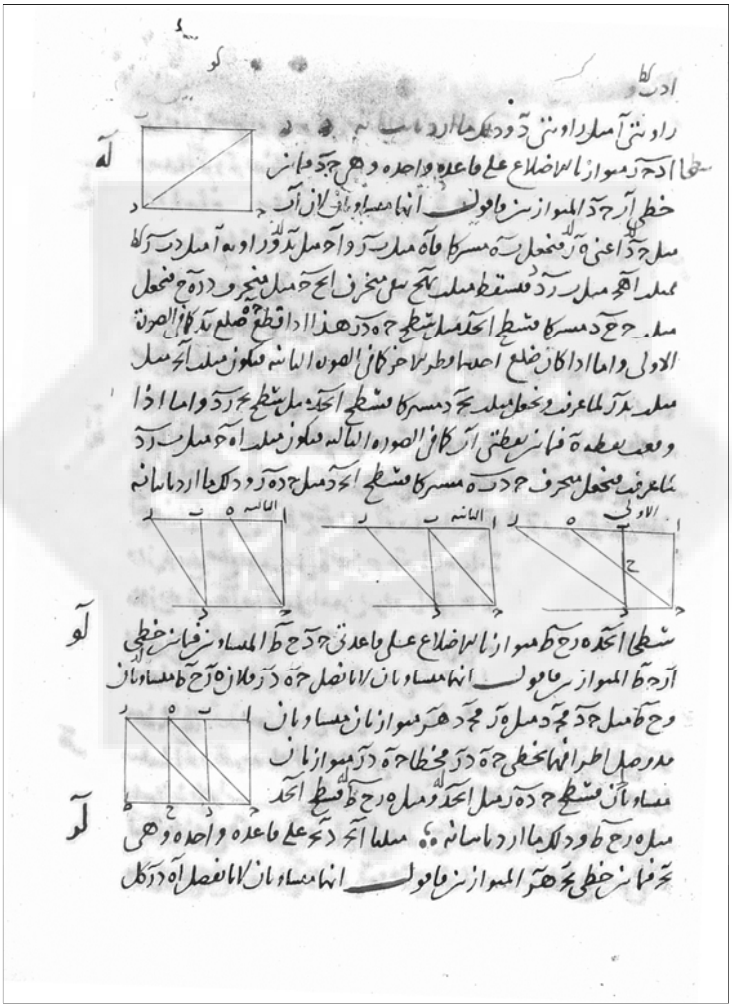
بیان نیریزی: «اقلیدس گفته است خط‌های متوازی خط‌های راستی هستند که بر یک صفحه واقعند و اگر از هر سو آن‌ها را تا بینهایت ادامه دهیم، از هیچ سو به هم نمی‌رسند»؛

تعریف ابن‌سینا در شفا: «دو خط متوازی آن‌هایی هستند که اگر آن‌ها را از هر دو سو حتی تا بینهایت ادامه دهند به هم نمی‌رسند»؛

تعریف ابن‌هیثم در شرح مصادرات اقلیدس: «سپس اقلیدس گفت: خط‌های متوازی خط‌های راستی هستند که بر یک صفحه واقعند و اگر آن‌ها را از هر دو سو ادامه دهند، از هیچ سو به هم نمی‌رسند»؛

تعریف نصیرالدین طوسی در تحریر اصول: «خط‌های متوازی خط‌های راستی هستند که بر یک صفحه واقعند و به هم نمی‌رسند حتی اگر تا بینهایت ادامه داده شوند»؛

تعریف طوسی مستعار: «هر دو خط راست که بر یک صفحه واقع باشند اگر از هر دو سو تا بینهایت ادامه یابند، یا به هم نمی‌رسند یا می‌رسند. در حالت نخستین آن‌ها را خط‌های متوازی گویند».



صفحه‌ای از دست‌نوشتهٔ دوبلین رسالهٔ اصلاح اصول اقلیدس

مشابه چنین تعریفِ خط‌های متوازی را ابهری (در اصلاح اصول اقلیدس) آورده ولی تعریف معادلی هم افزوده که معادل اصل موضوع پنجم دربارهٔ خط‌های متوازی است: «دو خط متوازی

آن‌هایی هستند، که بر یک صفحه واقعند و اگر راست [تا بینهایت] ادامه یابند هرگز به هم نمی‌رسند. گفته می‌شود: دو خط متوازی خط‌هایی هستند که بر یک صفحه واقعند و اگـر راسـت تـا بینهایـت ادامه یابند، فاصلهٔ میان آن‌ها همیشه یک اندازه و کوتاه‌ترین خط واصل بین آن‌ها خواهد بود».

تعریف خط‌های متوازی ابهری همچون هم تعریفش برای فاصله، تنها بر پایهٔ شـرح ابـن‌هیـثم نبـوده است. مفهوم خط‌های هم فاصله نزد ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی وجود داشت ولی نه در تعریف خط‌های راست متوازی، بلکه در نظریهٔ موازی‌ها (نزد ابن‌سینا، طوسی، در تحریر منسوب بـه طوسـی و دیگـران). ابن‌هیثم با واردکردن «یک حرکت ساده» عمود برخط راستی که بر آن قرار دارد (به سخنی دیگر با انتقـال موازی)، وجود خط‌های راست بافاصله‌های برابر را مطرح کرد. او در پایان این اثبات نتیجه می‌گیرد:

«به‌این‌ترتیب (یعنی با حرکت عمودی) می‌توان دو خط راست واقع بر یک صفحه به دست آورد. اگر آن‌ها را تا بینهایت ادامه دهیم، از هیچ سوبه یکدیگر نمی‌رسند چون فاصـلهٔ میـان ایـن خط‌هـا همه‌جا یکسان است و تداوم آن‌ها از هر دو سو نمی‌تواند منجر به برخورد آن‌ها شود. پـس دو خـط راست متوازی وجود دارند و این‌چنین می‌توان آن‌ها را تصور کرد».

به گواهی پروکلوس، پوسیدونیوس (سدهٔ یکم-دوم پیش از مـیلاد) متـوازی‌هـای هـم فاصـله را چنـین تعریف کرده است: «خط‌های متوازی خط‌هایی هستند که روی یک صفحه قرار دارند و نه به هم مـی‌رسـند و نه از هم دور می‌شوند، ولی عمودهایی دارند، که از نقطه‌هایی روی یکی به دیگری کشیده شده‌اند».

در شرح نیریزی که موثق‌ترین منبع اطلاعات تاریخی، ریاضی و روش علمی در مورد ابن‌هیثم، و دیگر ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی و یونانی است، پس از تعریفِ متوازی‌ها به روشِ اقلیدس، شـرح گستردهٔ سیمپلیکیوس آمده است که به تعریف موازی‌های پوسیدونیوس که پروکلوس عرضـه کـرده نزدیک است: «سیمپلیکیوس می‌گوید: این خط‌ها متوازی نامیده می‌شوند، چون فاصلهٔ میان خود را نگه‌می‌دارند یا همیشه در موقعیت خود باقی می‌مانند، از نظر فاصله در یک وضعیت می‌مانند، نه از یکدیگر دور می‌شوند، نه به هم می‌رسند و نه با یکدیگر متفاوتند».

عبارت «این خط‌ها متوازی نامیده می‌شوند، چون فاصله‌شان ثابت اسـت» سـیمپلیکیوس را بـا توجه به ویژگی‌های زبان یونانی می‌توان «پهلو به پهلوی یکدیگر» معنی کرد. عبارت عربی خط‌های متوازی هم درست ترجمهٔ واژهٔ یونانی است یعنی «کنار هم رونده».

سپس در مورد دو خط راست متقاطع که بر سطح‌های متوازی قرار دارنـد، سـیمپلیکیوس نشـان می‌دهد که قطع نکردن نه‌تنها ویژگیِ خط‌های راست متوازی است، بلکه اگر دو خط روی دو صفحهٔ متوازی باشند هم، یکدیگر را قطع نمی‌کنند (این نکته را ابن‌سینا از قلم انداخته است).

او تعریف خط‌های متوازی را همچون خط‌های هم فاصلهٔ «نالس»بررسی کرده، که ت. ل.هیث او را با پوسیدونیوس یکی می‌داند، بی‌توجه به این‌که تعریف او با تعریف پوسیدونیوس که پروکلوس از او

نقل قول کرده، متفاوت است: «درواقع خط‌هایی هستند، که اگر آن‌ها را از دو سو تا بینهایت ادامه دهیم، فاصلهٔ میان آن دو ثابت می‌ماند، یعنی عمود از هر نقطه روی یکی به دیگری همیشه برابر و بی‌تغییر خواهد بود».

سیمپلیکیوس این بیان را تأیید کرده و می‌گوید تعریف نیاز به یادآوری عمودها ندارد، کافی است یادآوری شود که فاصلهٔ میان خط‌های راست همه‌جا برابر و بی‌تغییر است، اما برای درک بهتر، گفتنِ اینکه این فاصله عمود مشترک آن‌هاست خوب است. در تعریف ابهری این «روشنگری خوب» وجود ندارد. این روشنگری در بررسی سیمپلیکیوس از تعریف اغانیس فیلسوف هم، که شاید هم‌دورهٔ پوسیدونیوس بوده است، وجود ندارد.

**دربارهٔ امتداد خط‌های راست تا بینهایت**

ابهری فیلسوف و عالم منطق برای تعریف خط‌های متوازی و خط‌های راست کشیده شده تا بینهایت به پیشنهاد طرحی غیر واقعی و مشروط که نمایشگر عملی غیرواقعی و مشروط است متوسل شده است. به گفتهٔ او: «اگر خط‌های راست تا بینهایت به دو سو کشیده شوند، هرگز به یکدیگر نمی‌رسند» و «اگر خط‌های راست تا بینهایت ادامه یابند، فاصله میان آن‌ها همیشه یکسان خواهد بود». کاملاً ممکن است ابهری آگاهانه بر عبارتِ امکانِ ادامهٔ خط راست تا بینهایت تکیه کرده باشد تا هم‌زمان، در چارچوب هندسهٔ اقلیدسی با خط‌ها و صفحه‌های محدود، به مفهوم بینهایت بپردازد و با جهان‌بینی ارسطویی، که بنا بر آن جهان محدود به فضایی است که ثوابت آن را احاطه کرده است، مخالفت کند.

فیلسوف برجسته و عالم منطق، ابن‌سینا نیز در تعریف خط‌های متوازی احتمالاً با همین فکر، مشابه عمل کرده است. جالب است که دلیل‌های هندسی او امکان امتداد بی‌پایان را که طوسی در اثر متافیزیکی کوچک خود «مقاله در کیفیت صدور کثرت از واحد» آورده است، نفی می‌کند. ابن‌سینا فرض می‌کند کشیدگی بی‌پایان ممکن باشد؛ در آن صورت اضلاع زاویه‌ها می‌توانند تا بینهایت کشیده شوند. وقتی ضلع‌ها بی‌پایان باشند، پس فاصلهٔ میان آن‌ها نیز بی‌پایان خواهد بود؛ ولی این فاصله میان ضلع‌های زاویه محدود است، و همهٔ چیزهایی که با دو چیز احاطه می‌شوند، ابتدا و انتها دارند، درنتیجه، این فاصله بی‌انتها نیست؛ پس آن چیزی که بی‌انتها به نظر می‌آمد پایان‌پذیر است. بنابراین امتداد بی‌پایان ممکن نیست. یادآوری کنیم که در اینجا زاویه به‌گونه‌ای چیز هندسی پایان‌پذیری است. این‌چنین نتیجه‌گیری می‌توانست توسط دانشمندان دورهٔ اسلامی همچون تحقیق تساوی زاویه‌ها (تااندازه‌ای چیزهای نامحدود هندسی) از راه بر هم نهادن آن‌ها مثلاً در اثبات اصل موضوع چهارم اقلیدس دربارهٔ تساوی زاویه‌های قائمه به کار گرفته شود.

ابن‌هیثم در تعریف خط‌های متوازی دربارهٔ ادامهٔ بی‌انتهای خط‌های راست به‌ویژه بر این نکته تکیه کرده است. او تعریف اقلیدس را به سببِ ناممکن بودن تصورِ «بینهایت» و «پایان نیافتنی»، ادامهٔ خط‌های راست و وجود خط راست نامتناهی نقد کرده است. او می‌گوید تنها چیزهای محدود و پایان یافتنی را می‌توان تصور کرد، از جمله خط‌ها. در اینجا ابن‌هیثم امکان تصور و فکر کردن به بینهایت را رد می‌کند (این موضوعی دیگر برای بررسی است و نه‌تنها شرح ابن‌هیثم بلکه آثار فیلسوفان و ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی را می‌طلبد).

او برای حل این مشکل روشی پیشنهاد می‌کند، که به نظرش امکان تصور وجود چنین خط‌های بی‌انتهایی را می‌دهد، که بر پایهٔ آن می‌توان مفهوم بینهایت ارسطویی را تصور کرد: باید قطعه‌ای برداشت و به آن قطعهٔ دیگری در همان جهت چسباند. حالا قطعهٔ تازه‌ای وجود دارد. بعد به سرِ آزادِ دومین قطعه، قطعهٔ دیگری در همان جهت می‌چسبانیم و همین‌گونه ادامه می‌دهیم؛ همین کار را با سرِ آزادِ قطعهٔ اول هم می‌کنیم. ابن‌هیثم معتقد است که به‌این‌ترتیب می‌توان وجود «خط راست محدود را که از هر دو سر تا بینهایت می‌تواند با «قطعه‌های محدود» ادامه یابد، تصور کرد.

سیمپلیکیوس در شرح خود بر تعریف خط‌های متوازی با پیروی از روشی مشابه پروکلوس یعنی تحلیل لزوم هر واژهٔ اقلیدس در تعریف خط‌های متوازی به ادامهٔ بی‌پایان خط‌های راست هم توجه کرده است: «اما دربارهٔ این گفته است که 'اگر ادامه دادن به گونهٔ نامحدود ادامه یابد' برای آن‌که مجبور به قطع آن نشوند، برای آنکه ثوابت به این ادامه دادن اجازه دهند...».

**باز هم دربارهٔ اثبات ابهری برای اصل موضوع پنجم**

چنانکه پیش‌تر گفته شد رسالهٔ اصلاح اصول اقلیدس ابهری به دلیل عرضهٔ اثباتی برای اصل موضوع پنجم اقلیدس نامدار شد. بعدها قاضی‌زادهٔ رومی آن را در شرحی بر رسالهٔ اشکال التأسیس شمس‌الدین سمرقندی نقل کرد. این اثبات را ب. آ. روزنفلد به روسی ترجمه و تفسیر کرد. ترجمه به ترکی و فرانسوی به‌وسیلهٔ ح. دیلگان بر اساس نسخه‌های شرح قاضی‌زادهٔ رومی (کتابخانهٔ ملی روسیه ش.۱۳۳/۳ و ش.۲/ ۲۴۱) و دانشگاه صنعتی استانبول ش. ۴۳۱۶/۵۰۷۵) انجام شده است. ولی هر دو دانشمند این اثبات را به خطا از سمرقندی دانسته‌اند، درصورتی‌که در دست‌نوشتهٔ شرح رومی به‌روشنی آمده است: «فیلسوف اثیرالدین ابهری گفت...».

ابهری اثبات اصل موضوع پنجم را بین قضیه‌های ۲۸ و ۲۹ مقالهٔ یکم اصول آورده است. در همهٔ رساله‌ها و شرح‌های اصول اقلیدس (از جمله همین رساله)، اثبات این اصل موضوع در همین موضع آمده و منطقی است و در شرح مصادرات اقلیدس ابن‌هیثم نیز آمده است: «در

این اثبات لازم است از قضیه‌هایی استفاده کنیم که در آن این اصل استفاده نشده است ... این اصل نخستین بار در قضیهٔ ۲۹ مقالهٔ یکم اصول آمده است. پس جای آن در کتاب پیش‌ازاین قضیه است. اگر این اصل در هیچ‌یک از ۲۸ قضیهٔ نخستین مقالهٔ یکم به کار گرفته نشده، و تازه در کتاب مطرح شده است، پس برای اثبات آن، بهره‌گیری از بیست‌وهشت قضیهٔ نخستین یا برخی از آن‌ها پیشنهاد می‌شود».

بررسی اثبات ابهری از روی دست‌نوشتهٔ کتابخانهٔ علمی ن. ای. لوباچفسکی در دانشگاه فدرال قازان (عربی ش.۹۷) نشان می‌دهد که قاضی‌زادهٔ رومی اثبات ابهری را بدون تغییر زیاد آورده، مطالب تکراری را حذف کرده و در برخی جاها نتایج قضیه‌های اصول اقلیدس را دقیق‌تر کرده است.

ب. آ. روزنفلد در کتاب نظریهٔ خط‌های متوازی در دورهٔ اسلامی، اثبات ابهری و ویژگی‌های کاربردی آن را عرضه کرده است. فکر اصلی این اثبات از سیمپلیکیوس (سدهٔ۶م) برخاسته و علم‌الدین قیصر آن را به‌اختصار در نامه‌ای به نصیرالدین طوسی نقل کرده است. به‌این‌ترتیب ابهری نیز همچون سیمپلیکیوس این قضیه را که «در یک زاویه می‌توان بینهایت خط ترسیم کرد که دو ضلع زاویه را قطع کنند و آن خط‌ها قاعدهٔ مثلث‌های متساوی‌الساقین باشند»، ثابت کرده است. سپس او اثبات اصل موضوع را برای سه حالت (هنگامی‌که خط قاطع دو خط راست با زاویهٔ قائمه، حاده یا منفرجه را قطع می‌کند) آورده است. در این کار او به این قضیه که از هر نقطهٔ نیمساز زاویه می‌توان وتری رسم کرد تکیه می‌کند. به عبارت‌دیگر از حکمی آغاز می‌کند، که معادل اصل موضوع پنجم است و این‌چنین مرتکب خطای منطقیِ مصادره به مطلوب می‌شود. نیز ناخواسته اصل موضوع پاش[1] را به کار می‌برد (هرگاه خط راستی یکی از ضلع‌های مثلثی را قطع کند ناچار ضلع دیگر را نیز قطع خواهد کرد).



۱. موریتس پاش ریاضی‌دان آلمانی (۱۸۴۳-۱۹۳۰)، بنیان‌گذار صورت امروزی روش اصل موضوعی.

# گزیدهٔ کارنامهٔ علمی ایرینا لوتر

ترجمهٔ مریم زمانی

**مدرک علمی:**

دکترای فیزیک و ریاضیات، پژوهشکدهٔ تاریخ علم و فناوری فرهنگستان علوم روسیه، ۱۹۹۲؛ موضوع پایان نامه: تبدیل‌های هندسی در آثار پژوهشگران دورهٔ اسلامی.

**موقعیت کنونی:**

پژوهشگر ارشد پژوهشکدهٔ تاریخ علم و فناوری فرهنگستان علوم روسیه، بخش تاریخ ریاضیات (از فوریهٔ ۱۹۹۳ تا کنون).

**زمینهٔ اصلی تحقیقات علمی:**

تاریخ و فلسفهٔ ریاضیات دورهٔ اسلامی

**عرضهٔ مقاله در همایش‌های بین‌المللی:**

۱- ملاحظاتی دربارهٔ اشکال التأسیس شمس‌الدین سمرقندی و شرح قاضی‌زادهٔ رومی بر آن (بوداپست، ۲۰۰۹).

۲- در مورد فلسفهٔ ریاضیات در سده‌های میانه در (سرزمین‌های) شرق اسلامی (مسکو، ۲۰۰۹).

۳- گرایش‌های مشابه در تحقیقات هندسی پژوهشگران مراغه و والادولید[1] در قرن‌های ۱۳ و ۱۴ (بارسلون، ۲۰۰۷).

۴- نسخه‌های آثار نصیرالدین طوسی (اسکندریه، ۲۰۰۳).

۵- مفهوم زاویه در آثار ابن‌سینا و قطب‌الدین شیرازی (ماینز [آلمان]، ۲۰۰۲).

۶- «متافیزیک ارسطویی و مسئلهٔ مقایسهٔ مقدارهای هندسی خم‌های گوناگون در آثار طوسی، شیرازی و هم‌عصرانشان» و «نصیرالدین طوسی و نگاهش به معرفی روش‌های متحرک در هندسه» (پیرقلی [آذربایجان]، ۲۰۰۱).

۷- روش تحلیل قیاسی و ترکیب در تحقیقات هندسهٔ متحرک قطب‌الدین شیرازی (پاریس، ۱۹۹۹).

1. Valladolid.

۸- راه حل آپولونیوس، مسئله در رساله‌ای از ابراهیم بن سنان (لیژ [بلژیک]، ۱۹۹۷).

**انتشار کتاب**

۱- نصیرالدین طوسی و نسخه‌های خطی آثارش در کتابخانه‌های پترزبورگ، قازان، تاشکند و دوشنبه، مقدمه و فهرست (با م. روژانسکایا و گ. پ. ماتویفسکایا)، مسکو ۱۹۹۹.

۲- ا.پ. یوشکیویچ و ک. فوگل، تاریخ ریاضیات بدون مرز. مکاتبات دو تاریخ‌نگار مشهور ریاضیات، ویرایش، ترجمه به/از روسی و آلمانی با شرح (با م. فولکرت و روژانسکایا) مسکو- مونیخ، ۱۹۹۷.

**انتشار مقاله**

۱- «بررسی مقدماتی اصول اقلیدس ابهری بر اساس نسخهٔ دوبلین» (به روسی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۱۵ (۵۰)، ۲۰۱۴، ص. ۸۴ -۱۱۹. ترجمهٔ این مقاله در این شمارهٔ میراث علمی آمده است.

۲- «تعریف‌ها و اصول موضوع در رسالهٔ اشکال التأسیس سمرقندی و شرح قاضی‌زادهٔ رومی بر آن» (به روسی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۱۴ (۴۹)، ۲۰۱۱، ص ۱۰۳ -۱۳۶.

۳- «مسائل متافیزیکی در هندسهٔ اسلامی قرن‌های ۱۳ و ۱۴: آثار نصیرالدین طوسی، قطب‌الدین شیرازی و هم‌عصرانشان»، بایگانی تاریخ علوم بین‌المللی، ج ۵۸، ش ۱۶۰ -۱۶۱، ژوئن - دسامبر ۲۰۰۸، ص ۵۱- ۶۸.

۴- «از تربیع دایره تا معرفی حرکت در هندسه (در آثار شیرازی و آلفونسو از والادولید)» (به روسی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۱۲ (۴۷)، ۲۰۰۷، ص ۲۳۷-۲۷۴.

۵- «مفهوم زاویه در آثار ابن‌سینا»، در تفسیر ابن‌سینا: علوم و فلسفه دورهٔ اسلامی، (فلسفهٔ اسلامی، فناوری و علوم. متن‌ها و مطالعات، ۵۶)، ویراستهٔ مک گینس[1] و د. رایسمن[2]، بریل، ۲۰۰۴، ص ۱۱۲- ۱۲۵.

۶- «سنت اسلامی معطیات اقلیدس» (به روسی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۱۰ (۴۵)، ۲۰۰۵، ص ۲۳۴ -۲۶۷.

۷- «متافیزیک ابن‌سینا: آیا زاویه، نسبت، کیفیت، موقعیت یا مقدار است؟» (به روسی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۸ (۴۳)، ۲۰۰۳، ص ۲۷۸ -۳۰۲.

1. J. McGinnis.
2. D. Reisman.

٨- "سنجش ناپذیری محیط و قطر دایره در آموزه‌های ارسطو: آثار طوسی و شیرازی» (بـه روسـی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۷ (۴۲)، ۲۰۰۲، ص ۲۴۳ -۲۶۱.
۹- «دربارهٔ تاریخچهٔ مسئله‌ای از آپولونیوس، ترسیم دایره‌ای ممـاس بـر سـه دایـرهٔ داده شـده» (بـه روسی)، پژوهش در تاریخ ریاضیات، ج ۱ (۳۶)، ش ۲، ۱۹۹۶، ص ۸۲ -۹۴ .
۱۰- «تبدیل‌های هندسـی در خاورمیانـه و خـاور نزدیـک در دورهٔ اسـلامی»، پـژوهش در تـاریخ ریاضیات، ج ۱ (۳۶)، ش۱، ۱۹۹۵ ، ص ۴۰ -۶۰.

**مقاله‌های چاپ شده در مجموعهٔ مقالات همایش‌ها و بررسی کتاب**

۱- «تعریف افلاطون از خط مستقیم در متن عربی اصول اقلیدس» (به روسی)، مجموعهٔ مقـالات همایش بین‌المللی ویژهٔ یادبود نصیرالدین طوسی، باکو: ۲۰۱۴. ص ۲۴۷-۲۵۶.
۲- «ارتباط بین فلسفه و ریاضیات در آثار نصیرالدین طوسی و شاگردانش» (به روسـی)، مجموعـهٔ مقالات همایش بین‌المللی ویژهٔ ۸۱۰مین سال تولد طوسی، باکو: ۲۰۱۱. ص ۱۸۴- ۲۱۳.
۳- «فلسفهٔ مدرسی نصیرالدین طوسـی: لایتجـزا، پیوسـتگی و بینهایـت» (بـه روسـی)، مجموعـهٔ مقالات همایش تاریخ علم (مسکو، مه ۲۰۰۸)، مسکو، ۲۰۰۸، ص ۲۴۷-۲۴۹.
۴- "راه‌حل مسئلهٔ آپولونیوس، در رساله‌ای از ابراهیم بن سنان»، مجموعهٔ مقالات بیسـتمین کنگـرهٔ بین‌المللی تاریخ علم، لیژ، ژوئیهٔ ۱۹۹۷، ج۲، علم و فناوری در جهان اسلام، تورنـو[1]: ۲۰۰۲، ص ۹۱ -۹۹.
۵- فرانسوا شارت[2]، «ابزارهای ریاضی در مصر و سوریهٔ قرن چهاردهم: رسالهٔ مصور نجـم الـدین مصری»، (بررسی کتاب)، بررسی مطالعات مملوک، ج ۸، شمارهٔ ۱، ۲۰۰۴.

1. Turnhout.
2. François Charette.